Institución Educativa Román Gómez	**PERIODO ACADÉMICO 02**
GRADO: 9º______ / **GUÍA DE APRENDIZAJE NÚMERO 2**	**TIEMPO ESTIMADO:** 3 Semanas: 24 de Mayo al 11 de Junio
TEMA: **FESTIVIDADES Y CELEBRACIONES EN COLOMBIA** **NOMBRE DEL ESTUDIANTE:** ______________________________________	**Videos de referencia:** - Futuro simple https://youtu.be/QCut75JdZss - Origen de la familia https://youtu.be/yATkRHZkEhU -

Queridos estudiantes…

La presente guía debe ser desarrollada a computador en archivo Word o en hojas de block tamaño carta, con las normas APA. Cada área por separado debe ser enviada al correo del docente encargado. Si el trabajo es en físico, éste debe ser fotografiado con la aplicación camscanner y convertido a PDF y luego enviado al correo del docente encargado. En el asunto debes colocar: apellidos y nombres completos, grado, # de la guía, Materia (Marín López Ana María, 9B, Guía 1 Matemáticas)

Recuerde: Cada área se envía por separado.

Matemáticas	Wilder Castaño	wilderacc@gmail.com
Sociales	Nicolás Castrillón	no.castrillon@gmail.com
Ingles	Mónica García	isamojefra33@gmail.com
Biología	Luis Javier Rojas	ljrgarcia@ieromangomez.edu.co
Religión y Ética	Luis Ovidio Pérez	luisoperezmontoya@gmail.com
Edu. fisica	Paula Andrea Rincón	paulaandrearinconbetancur@gmail.com

.

CELEBRACIONES Y FESTIVIDADES

No hay mejor manera para conocer la cultura, las raíces y la historia de un país que a través de sus fiestas y celebraciones. Son el resultado de siglos de tradición y guardan muy adentro el poso de la riqueza cultural y las creencias de cada región.

Casi siempre al ritmo de la música, suelen resultar una fuente inagotable de conocimientos sobre el país que estemos visitando. Atraen a millones de visitantes de todas las partes del mundo y derrochan alegría y color. Fascinantes y emocionantes espectáculos que, sin duda, merece la pena visitar, al menos, una vez en la vida.

En **Colombia** y gracias a que en los últimos años la imagen ha mejorado considerablemente, hemos pasado a ser uno de los países más visitados de **Latinoamérica**, y la mejor excusa que tienen sus visitantes para llegar a este bello territorio es disfrutar de su gran cantidad y variedad de Ferias y Fiestas.

Se puede decir que cada ciudad y cada municipio colombiano cuenta con su propia celebración anual, y sus habitantes se preparan durante meses para brindarles en mejor recibimiento a turistas de otras regiones y de otros países.

Las fiestas que en nuestro país tienen impacto en el calendario, es decir que implican días libres, recogen principalmente dos tipos de celebraciones: festivos religiosos y fiestas cívicas, o sea las conmemoraciones de los hechos importantes de nuestra historia nacional. (Todas estas fiestas oficiales son días no laborales.).
Existen otras celebraciones que no tienen fecha definida en el calendario y que son de tradición popular como son los carnavales o fiestas regionales.

Celebraciones religiosas:


- Día de reyes o Epifanía
- Día de San José
- Semana Santa
- Día de la santa cruz: 3 de mayo
- Corpus Christi: día internacional
- Sagrado corazón de Jesús: En 1902 se consagró país al Sagrado Corazón de Jesús para ponerle fin a la Guerra de los Mil Días. De ahí la expresión "País del Sagrado Corazón".
- Día de Asunción de la Virgen 18 de agosto
- Día de todos los santos: 1 de noviembre
- Inmaculada concepción de la virgen: 8 de diciembre
- Día de los santos inocentes: 28 de diciembre
- Navidad: 25 de diciembre: Se celebra el nacimiento de Jesús de Nazareth. Esta celebración tiene origen romano

Fiestas cívicas:

- Año nuevo. 1 de enero. Celebración internacional
- Día internacional de los trabajadores: 1 de Mayo.
- Declaración de la independencia: 20 de Julio
- Batalla de Boyacá: 7 de agosto
- Día de la raza: 12 de octubre: se conmemora el descubrimiento de América en 1492, creando una fusión de razas y culturas.
- Independencia de Cartagena: 11 de noviembre: Cartagena era la segunda ciudad del Virreinato y es especialmente relevante esta fecha porque fue el pueblo el actor principal.

Fiestas No oficiales: De común celebración

- Día internacional de san Valentín: 14 de febrero
- Día internacional de la Mujer: 8 de marzo
- Día del hombre: 19 de marzo
- Día internacional del árbol: 21 de marzo
- Día internacional del libro y del Idioma Español: 23 de abril
- Día del Maestro: 15 de mayo
- Día internacional de la familia: 15 de mayo
- Día de la madre
- Día del Campesino.
- Día del padre
- Día Mundial del Medio Ambiente
- Día del Amor y la Amistad
- Día del Adulto Mayor
- Día de las velitas: 7 de diciembre

Fiestas Regionales: Estas son fiestas que tienen un carácter de fiesta oficial en algunas regiones y ciudades:

- Carnaval de Negros y Blancos: Celebrado en Nariño, principalmente en Pasto, entre el 2 y el 7 de enero. Declarado como Patrimonio Inmaterial de la Humanidad según la UNESCO.
- Carnaval de Barranquilla: Celebrado en febrero o inicios de marzo. Declarado patrimonio Cultural de la humanidad.
- **Festival Folclórico y Reinado Nacional del Bambuco** en **Neiva:** se celebra la última semana del mes de julio.
- Reinado Nacional de la Belleza: Celebrado en Cartagena en noviembre.

- Feria de Cali: Celebrada en Santiago de Cali del 25 al 30 de diciembre.
- Feria de Manizales: Celebrada en Manizales en enero.
- Feria de las Flores: Celebrada en Medellín en agosto.
- Festival de la Leyenda Vallenata: Celebrado en Valledupar.
- Festival de Verano - Bogotá: Celebrado en agosto.
- la **Fiesta de las Corralejas** en Sincelejo (enero), el **Carnaval del Diablo** en Riosucio (enero), el **Festival de la Subienda** en Honda (febrero), y el **Festival de la Canción Llanera** en Villavicencio (marzo), son otras de las festividades a tener en cuenta durante tu estancia en Colombia.

ACTIVIDADES:

SOCIALES Y CÁTEDRA DE LA PAZ:

Fiestas, ferias y carnavales

Si bien estas 3 actividades se parecen, hay que diferenciar entre celebración y conmemorización. En nuestro país son numerosas estas celebraciones y conmemorizaciones a lo largo del año, es por ello que haremos algunas diferencias entre lo que es un sentimiento de alegría y celebración y otro de tristeza y recordación.

En este mes de mayo hemos tenido algunas celebraciones, que si miramos bien no son celebraciones sino recordatorios sobre fechas memorables de la historia a nivel nacional e internacional. En ellas se expresa su origen, su razón de ser, al igual que sus características sociales, políticas, económicas y culturales que ellas tienen para la sociedad ejemplo: **primero de mayo** considerado como día internacional del trabajo, es una fecha en la que las agremiaciones sindicales y laborales salen a las calles a protestar por los abusos y atropellos de los gobiernos en materia laboral y recordar que esa fecha nació como resultado de los levantamientos laborales de los trabajadores a raíz de los abusos cometidos por los gobiernos en contra de la población obrera, es por estas razones que no lo debemos calificar como una celebración.

En otros casos se hablan de celebraciones que se desarrollan en ciertas comunidades donde se muestra lo más lindo del folclor y la cultura de una región o pueblo en especial y en la que se muestra lo más florido y hermoso de esa cultura en diferentes aspectos, como lo social, lo económico, gastronómico, lo cultural (música, costumbres y platos típicos). Todo lo anterior corresponde a una celebración donde la gente sale al disfrute de dicho evento. A continuación, hare un pequeño recuento de algunas de estas ferias o carnavales que se realizan en nuestro país durante el año.

Feria de las flores

Realizada en la ciudad de Medellín, capital del departamento de Antioquia en el mes de agosto desde 1958. En ella se muestra lo más hermoso y característico de la ciudad y la región con una duración de 8 días, se divide en varios eventos que muestran lo más lindo de la tierra paisa: **ruana carriel y sombrero**, elementos propios de una antioqueñidad que nos recuerda nuestros ancestros paisas; **orquídeas, pájaros y flores**, en ellos observamos la gran riqueza en fauna, flora y todo aquello relacionado con el medio ambiente. **Silletas,** un gran desfile que solo tiene esta feria y que muestra la belleza de este producto de nuestra tierra y lo apetecido por turistas extranjeros; desfile de autos antiguos, fondas, casetas y cabalgatas, son todas una serie de actividades desarrolladas durante la feria que dejan muy en alto la cultura paisa.

Feria de Cali

Realizada en el mes de diciembre por toda la comunidad vallecaucana de la región occidental de Colombia. En Cali solo hay que escuchar una frase *"oiga, mire, vea" "vengase a Cali para que vea"* es suficiente para saber de que se trata la feria en ella se destaca lo más hermoso de la música salsa, sus bailes, sus coloridos desfiles, sus dulces y postres propios de esta región lo cual le da el nombre **la feria de la caña.**

Son muchas las características propias de esta región resaltadas en dicha feria que hacen de Colombia un mosaico de regiones.

Carnaval de Barranquilla.

Realizado en el mes de febrero donde acuden la mayoría de pueblos de la región caribe colombiana para mostrar su gran diversidad cultural adquirida a través del tiempo y que le dieron el nombre a Barranquilla de "*puerta de oro de Colombia".*

Feria de Manizales.

Manizales la *"ciudad de las ferias en América"* se realiza en el mes de marzo. En ella se destacan las más grandes corridas de toros como parte de nuestra cultura nacional, los desfiles y degustaciones del café como uno de nuestros más grandes productos de exportación y propio de la región andina colombiana. También se destaca por el reinado del café y la belleza de sus lindas y hermosas mujeres.

Festival de la leyenda vallenata.

Realizado en la ciudad de Valledupar desde hace aproximadamente 50 años, en la plaza Alfonso López y la tarima *"Francisco el hombre"* esto en homenaje a un gran personaje cantante y compositor de bellas melodías que el mismo interpretaba todas las noches sentado en una tarima que hoy lleva su nombre y donde acuden los más grandes compositores y acordeoneros del género de la música vallenata. En este festival se nombra a los reyes de la música vallenata en la modalidad amateur y profesional en la categoría de mejores acordeoneros.

Otras festividades en nuestro país son: reinado nacional del bambuco en Ibagué, Carnaval de blancos y negros en Pasto (Nariño), Festival del diablo en Riosucio (Caldas), festival del san Pedro en el Huila, festival de la guabina en Santander, festival de la ruana en Tunja, entre otros.

ACTIVIDADES

1. Consulte otros 5 festivales que se realicen en nuestro país y exprese ampliamente porque se destacan.
2. ¿Cuáles son las principales características de la feria de las flores en Medellín?
3. ¿Qué diferencia encuentras entre celebraciones y conmemorizaciones?
4. ¿Qué hace que cada ciudad tenga su propia feria o carnaval?
5. Explique 5 elementos propios de la feria de Cali y como nació.
6. ¿Por qué estas celebraciones llevan distintos nombres (ferias, carnavales y fiestas)?
7. ¿Por qué Colombia es conocido como un mosaico de regiones?
8. Explique ampliamente en que consiste el festival de la leyenda vallenata.

Catedra de la paz

1. Consulte ampliamente los siguientes términos:
   a. Hoja de ruta.
   b. Países garantes.
   c. Países anfitriones.
2. ¿En qué consiste y para qué fue creada la comisión interamericana de derechos humanos (**CIDH**)?

EDUCACIÓN FISICA Y ARTÍSTICA:

Los Juegos Olímpicos es la fiesta deportiva multidisciplinaria más importante a nivel mundial. Cada cuatro años (en un período normal) el mundo se paraliza para disfrutar de gestas deportivas que quedan guardadas en la historia y memoria de aficionados y atletas. Para el **23 de julio de 2020,** como marca la tradición, se tenía contemplada la celebración de la edición **XXXII** de los **JJOO,** sin embargo, en marzo de 2020, después de semanas de pláticas y siguiendo los reportes de las instituciones de salud, el **Comité Olímpico Internacional** tomó una de las decisiones que mostraban la magnitud del **COVID-19:** los **Juegos Olímpicos de Tokio** serían aplazados un año entero. Sí, la espera olímpica esta no vez será de cuatro años, sino de cinco, siendo esta la primera ocasión que se toma una decisión de tal relevancia provocada por una emergencia sanitaria. Algo sin igual. En otras ocasiones esta celebración se ha tenido que aplazar por una razón tan sencilla como triste: el hombre y la guerra.

A diferencia de lo que sucedió en la época antigua, los **Juegos Olímpicos** no se han celebrado exclusivamente en Grecia, ni siquiera en sus ediciones más primarias, pues incluso para **1900,** en la segunda celebración en la era moderna, el país organizador fue otro: **Francia,** en su capital **París.**

El lema oficial de los juegos olímpicos y del movimiento olímpico es ***"Citius, altius, fortius"*** creado por el padre Henri Didon y que significa "Mas rápido, más alto, más fuerte". Es un llamado a los atletas a que se esfuercen por la excelencia personal en todo lo que hacen.

Considerando los próximos juegos de Tokio 2020, las 32 ciudades sedes de los Juegos Olímpicos de Verano han sido las siguientes:

1896 – Atenas 1900 – París 1904 – San Luis 1908 – Londres 1912 – Estocolmo 1916 _ Berlín (suspendidos 1era Guerra Mundial) 1920 – Amberes 1924 – París 1928 – Ámsterdam 1932 – Los Ángeles 1936 – Berlín	1940 _ Helsinki (suspendidos 2da Guerra mundial) 1944 _ Londres (suspendidos 2da Guerra mundial) 1948 – Londres 1952 – Helsinki 1956 – Melbourne 1960 – Roma 1964 – Tokio 1968 – Ciudad de México 1972 – Múnich 1976 – Montreal	1980 – Moscú 1984 – Los Ángeles 1988 – Seúl 1992 – Barcelona 1996 – Atlanta 2000 – Sidney 2004 -Atenas 2008 – Beijing 2012 – Londres 2016 – Río de Janeiro 2020 – Tokio

ACTIVIDADES:

1. Consulta la historia de cómo se crearon los juegos olímpicos.
2. Dibuja el símbolo de los juegos olímpicos y explica su significado
3. Observa la tabla de las sedes de los juegos olímpicos y clasifícalos nuevamente por continente en una nueva tabla. ¿Qué continente ha realizado más juegos?
4. Las mascotas son uno de los principales símbolos de cada uno de los eventos olímpicos, las cuales generalmente son animales o figuras antropomórficas representativas de la zona de realización de los juegos o del evento en sí. Dibuja y colorea las últimas 3 mascotas utilizadas en los juegos de los años 2016, 2012 y 2008
5. En clase de educación fisica completa el siguiente cuadro

Nº	**ACTIVIDAD (1 minuto)**	**TOTAL**
1	# de saltos con cuerda	
2	# Abdominales	
3	# Salto de vallas pies juntos	
4	# Flexiones de codo	
5	# Carrera de velocidad Ida y vuelta	
6	# Dorsales	
7	# sentadillas	

Preguntas tipo ICFES

¿Qué tanto sabes de los olímpicos?

1- ¿Qué famoso atleta olímpico es conocido como “el hijo del viento?

A. Serguéi Bubka
B. Carl Lewis
C. Oscar Pintorius
D. Usain Bolt

2- Qué famoso atleta olímpico Estadounidense ridiculizó a Adolf Hitler?

A. Steve Ovett
B. Tommie Smith
C. Carl Lewis
D. Jesse Owens

3- Éste nadador consiguió 7 medallas de oro en los juegos olímpicos y rompió marca mundial en cada una de ellas por primera vez en la historia. ¿De quién hablamos?

A. Mark Spitz
B. Ian Thorphe
C. Michael Phelps
D. Johnny Weissmuller

4- Un atleta estadounidense se hizo famoso por utilizar una nueva técnica para salto de altura. De hecho, la técnica lleva su nombre. Es…

A. Steve Cram
B. Dick Fosbury
C. Jonathan Edwards
D. Charles Austin.

5- La distinción o único premio que se le concedía a los vencedores en los juegos olímpicos realizados por los antiguos griegos en la ciudad de Grecia consistía en:

A. Una medalla de oro
B. Una corona de olivos
C. La antorcha olímpica
D. La mascota de los juegos

RELIGION, ETICA Y EMPRENDIMIENTO:

Las fiestas y celebraciones tienen un lugar prominente en la cultura latinoamericana y por supuesto, Colombia no es la excepción ya que se trata de un país en su mayoría católico y altamente creyente.

En el mes de mayo por ejemplo tenemos la celebración de la santa cruz, el mes de la virgen maría, el mes de la madre y la celebración del día de la familia.

Y hablando de **la familia,** podemos definirla como un grupo éticamente social, en el que las personas se conocen entre sí y entablan relaciones permanentes, es decir, que perduran a través del tiempo. Así, en la familia se desarrollan relaciones que se caracterizan por ser afectivas, solidarias.

Ha sido uno de los grupos humanos que se ha consolidado desde los inicios de la humanidad, llegando a tal importancia, como núcleo familiar en la sociedad, cuya funcionalidad está basada en la convivencia de principios y valores.

En éste mes, y como celebración de la familia, conozcamos su origen, historia y evolución a través del tiempo.

ACTIVIDADES.

Observa el video de referencia sobre la familia, que se encuentra al inicio de la guía y responde

1. ¿De qué estadios habla el vídeo que componen la familia, explique cada uno.
2. Explique el comportamiento evolutivo de la familia.
3. ¿Cómo se da la Unión marital?
4. ¿Cuáles son los tipos de familia que se dieron?
5. ¿Qué es la "gens" y explique cuáles son sus clases.
6. ¿Cómo se da la propiedad privada y el carácter de Estado en la familia?
7. ¿Qué personajes religiosos bíblicos (Católica), Simbolizan y representan la familia?

8. Unir su concepto ético -religioso y exprese escribiendo valores que represente a "María Madre de Dios" en relación con la mujer de hoy en la familia y sociedad. Completa la actividad con una ilustración de la virgen María.
   (Recuerda toda religión es una opción de credo y fe.)

Preguntas tipo ICFES (Sustenta tu respuesta)

1- Respecto al video " El origen de la familia", habla de tres estadios que dieron origen a su evolución, siendo:

- **A.** Inferior, medio, superior.
- **B.** Gestación, evolutivo, tardío.
- **C.** Marital, tridente. individual.
- **D.** Genético, hereditario, temporal.

2- En cuanto a la "gens", ésta se basó en la clase de relaciones que se dieron para conformar la familia. Por lo tanto ésta se dio por vía de:

- **A.** Relación consanguínea.
- **B.** Relación social.
- **C.** Relación comercial.
- **D.** Relación familiar.

INGLES Y ESPAÑOL

1. Traducir el texto “Celebraciones” y resolver los ejercicios de comprensión con su traducción.

5. **Read about the celebrations and match them to the pictures.**

Thanksgiving Day: In the United States, this special celebration is <u>in</u> November (<u>on</u> the fourth Thursday). It's a holiday in the United States and they celebrate the harvest. <u>At</u> lunch time, families get together to eat a traditional Thanksgiving meal of turkey and pumpkin pie. It's a special time when families can be together.

Chinese New Year celebrations: In China, these celebrations start <u>on</u> the 23rd day of the 12th lunar month of the Chinese calendar. This festival ends <u>on</u> the 15th day of the first lunar month in the following year in the Chinese calendar. The streets are decorated with red lanterns and there are parades and fireworks. Traditionally people give children money in red envelopes - red is a lucky colour. Many people clean their homes to welcome the new year.

Christmas: In Colombia, Christmas is celebrated <u>on</u> December 24th. Families get together, sing carols and eat chicken or pork. The house has decorations, such as lights, a Christmas tree and a Nativity scene. <u>At</u> midnight, they give presents to each other.

6. **Read the text again and answer the questions.**

a. What is celebrated in the United States on the fourth Thursday in November?
b. What is the traditional way to celebrate Thanksgiving?
c. Name four ways the Chinese celebrate the New Year.
d. What is special about the colour red in China?
e. When do Colombians celebrate Christmas?
f. When do Colombians give presents?

Glossary

harvest = cosecha
parade = desfile
carols = villancico
Nativity scene = pesebre

Focus on language

7. **Look at the <u>underlined</u> words in the reading. Then complete the sentences with the correct word.**

a. ___ noon, people usually have lunch.
b. ___ November 1st, people celebrate the Day of the Dead.
c. People usually go dancing ___ Friday nights.
d. We start classes ___ January.
e. Mum and Dad often go to bed ___ midnight.

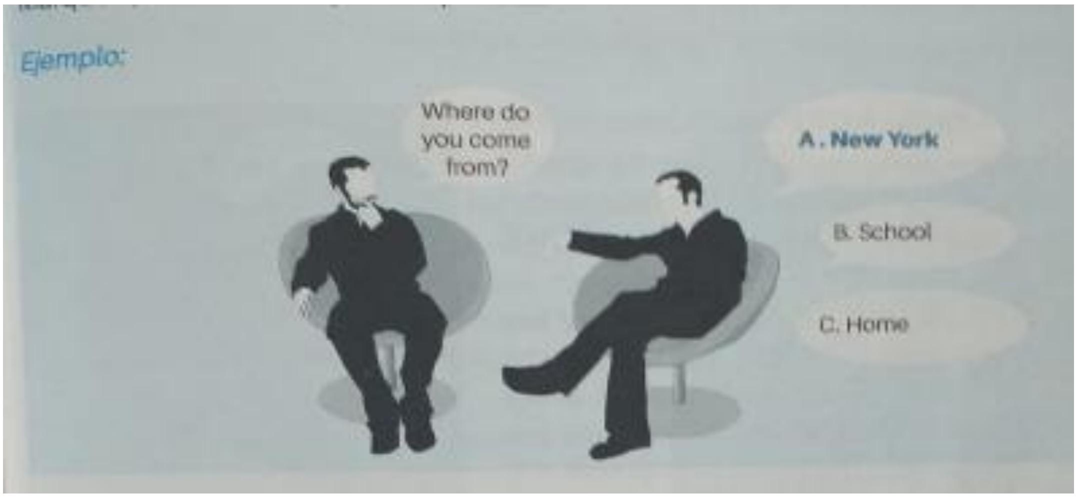
Useful language

celebrate - celebration
decorate - decoration

2. Resolver y traducir el ejercicio de completar las conversaciones.

COMPLETE LAS CONVERSACIONES

Responda las preguntas de acuerdo con el ejemplo



1. I´m going swimming at the pool
A. Are you Swimming?
B. Can I come too?
C. When did you leave?

2. Isn´t Susan in your geology class?
A. No, I´m not
B. it could be
C. I´m not sure

3. It´s time to turn off your computer now
A. Just a moment
B. Just now
C. Just in time

4. Do you want some orange juice?
A. I´d like water, please
B. May I have a drink?
C. Yes, you are right

5. That boy looks like my brother ¡
A. Did he know?
B. Do you think so?
C. Have you decided yet?

6. Why don´t we play in the garden?
A. It´s behind the house
B. There are lovely flowers

C. I think it´s too cold

3. Comprensión de lectura. Completar y traducir el texto sobre "Laura Robson"
READING COMPREHENSION
Responda las preguntas de acuerdo con el siguiente texto
Lea el texto de la parte inferior y seleccione la palabra correcta para cada espacio.
En cada pregunta 1 a la 11, marque A,B o C

LAURA ROBSON

In 2008, Laura Robson became **1________**top 14 year old tennis player in the world.
She **2_______**the Wimbledon Girl´s tennis competition that year, and was the **3________**player there.
Born **4_______**Melbourne, Australia, Laura and her family moved to Singapore **5_______**she was only 18 months old. Four years **6________**, the Robson family came to Britain and decided to live in Wimbledon, just five minutes away **7________**the famous tennis club. It is no surprise that Laura started to play tennis immediately, at the age of six.
8_______people in British tennis believe that Laura will get **9_______**better. At the moment, she is spending a lot of time in **10__________**countries, practicing with top tennis stars. "l **11**_______to work hard", she says, "but I love every minute".

1.	A) the	B) one	C) a
2.	A) wins	B) won	C) win
3.	A) Young	B) younger	C) youngest
4.	A) in	B) on	C) at
5.	A) when	B) which	C) who
6.	A) before	B) ago	C) later
7.	A) with	B) of	C) from
8.	A) Much	B) Many	C) Any
9.	A) Quite	B) so	C) even
10.	A) other	B) another	C) others
11.	A) must	B) have	C) Should

4. Observar el video sobre Futuro Going To y tomar nota en el cuaderno. Escribir 15 oraciones en Inglés con Going To. (Pueden ser sacadas del video)

5. Realizar los ejercicios de repaso sobre los tiempos verbales y traducir las oraciones.

simple past / simple present / will-future

Fill in the missing form in the correct tense. Watch out for signal words.

a) Walter ___________________ (go) to school last week.
b) Why ________ you always ___________________ (sleep) in front of the TV?
c) What ________ you ___________________ (do) next year?
d) We ___________________ (not/celebrate) our anniversary in 2050.
e) Tom ___________________ (stay) at home on Mondays.
f) Where __________ you often ___________________ (sit)?
g) How much money _________ your father ___________________ (earn) every month?
h) Yesterday we ___________________ (not/watch) birds.
i) Where ___________________ (be) you two days ago?
j) Who ___________________ (stand) behind the curtains last night?
k) They rarely ____________________ (buy) some milk in the supermarket.
l) When ____________ you ___________________ (meet) your best friend the last time?
m) My classmate always ___________________ (read) books.
n) What _________ you __________________ (think), if your brother _______________ (steal) your money?
o) Why ____________ (be) you here now?
p) I _____________________ (not/hear) you because I was listening to music.
q) We ____________________ (clean) your apartment after you had had a party there.
r) Last night we _________________________ (cannot/stand) the smoke.
s) Why _________ you always __________________ (talk) about me?
t) If you ________________ (leave), I __________________ (miss) you.
u) ______________________ (not /eat) during lessons.
v) My sister __________________________ (water) the plants every day.
w) Last Christmas I _________________ (not / get) any presents.
x) In the evenings my parents ______________________ (not/play) cards.
y) ________ I __________ (know) you? I haven't met you before.
z) Please, __________________ (help) me.

Simple present

Usually

Sometimes

Always

Often

Never

Every day

(Rarely, seldom)

Will-future:

Next day/year/..., tomorrow, in 2030,

Simple past:

Last year/month/..., yesterday, 2 days ago, in 2010

6. **ESPAÑOL**
   Escribir una lista de 30 palabras con un sinónimo y un antónimo

   EJEMPLO:

PALABRA	SINÓNIMO	ANTÓNIMO
Grande	Amplio	Pequeño
Furioso	Enojado	Amable

Pregunta tipo ICFES (Sustenta tu respuesta)

1. Elegir la respuesta correcta:
   - ✓ Do they live in a big city?
     a) Yes, they sing in a big city.
     b) Yes, they does live in a big city.
     c) No, they don`t live in a big city.
     d) No, they doesn`t live in a big city.

2. Dónde encontrarías este aviso?
   - ✓ Please don`t touch the sculptures.
   a) In a restaurant.
   b) In a church.
   c) In a museum.
   d) In a hospital.

MATEMÁTICAS:

Sección 1

Actividad inicial

A. Seleccione dos de los siguientes ejercicios y resuélvalo por sustitución

B. Seleccione dos de los siguientes ejercicios y resuélvalo por eliminación

1. $\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ 3x + 4y = 0 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x + 2y = -1 \\ 2x - 3y = 12 \end{cases}$

3. $\begin{cases} x = 2y + 3 \\ y = x \end{cases}$

4. $\begin{cases} 2x + 5y = 16 \\ 3x - 7y = 24 \end{cases}$

5. $\begin{cases} 3x + y = 6 \\ 6x + 2y = 12 \end{cases}$

6. $\begin{cases} 3p - 4q = 2 \\ -6p + 8q = -4 \end{cases}$

7. $\begin{cases} 9x + 2y = 0 \\ 3x - 5y = 17 \end{cases}$

8. $\begin{cases} x - 3y = -1 \\ y = x + 1 \end{cases}$

9. $\begin{cases} 3x - 4y = -6 \\ 2x + 4y = 16 \end{cases}$

10. $\begin{cases} 4x - 5y = 2 \\ 8x - 10y = -5 \end{cases}$

11. $\begin{cases} y = 3x - 16 \\ x = y \end{cases}$

12. $\begin{cases} 4x + 5y = 13 \\ 3x + y = -4 \end{cases}$

13. $\begin{cases} 4x + 7y = 11 \\ 3x - 2y = -9 \end{cases}$

14. $\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ -6x + 9y = -2 \end{cases}$

15. $\begin{cases} 2x - 8y = 7 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases}$

16. $\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 3x + 4y = 0 \end{cases}$

17. $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 4x + 3y = -2 \end{cases}$

18. $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 4x - 3y = -2 \end{cases}$

Sección 2: Problemas de planteamiento de sistemas lineales 2 X 2

Hay gran variedad de problemas que podemos solucionar utilizando un sistema de ecuaciones lineales $\mathbf{2} \times \mathbf{2}$. El siguiente esquema, te ayudará indicando los pasos a seguir en la solución de un problema.

CUATRO FASES PARA LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS

- *Comprensión*: Identificar los datos y las incógnitas.
- *Planteamiento*: Relacionar los datos con las incógnitas.
- *Resolución*: Obtener el valor numérico de las incógnitas.
- *Comprobación*: Verifcar que la solución sea satisfactoria para el problema.

Aprendamos algo nuevo

Aplicación de los pasos para resolver un problema.

Resolver el problema mediante un sistema lineal de ecuaciones $\mathbf{2 \times 2}$.

Ejercicio 1

Para ingresar al museo en Europa, Juana paga $\mathbf{12.2}$ $\boldsymbol{euros}$ por $\mathbf{3}$ entradas de adulto y $\mathbf{2}$ de niños. Carlos, por $\mathbf{5}$ de adulto y $\mathbf{4}$ de niños, paga $\mathbf{21.4}$ $\boldsymbol{euros}$. ¿Cuál es el precio de una entrada de adulto y una de niño?

Primera fase. Comprensión. Hay que leer atentamente el enunciado. En este caso las incógnitas ya están indicadas en la pregunta:
$\boldsymbol{x}$, precio de la entrada de adulto.
$\boldsymbol{y}$, precio de la entrada de niño.

Segunda fase. Planteamiento. En esta fase vamos a plantear las ecuaciones con la información que nos presenta el enunciado.

3 entradas de adulto	Y	2 de niños	cuestan	\$ 12.2
$\mathbf{3}\boldsymbol{x}$	$+$	$\mathbf{2}\boldsymbol{y}$	$=$	$\mathbf{12.2}$
5 entradas de adulto	Y	4 de niños	cuestan	\$ 21.4
$\mathbf{5}\boldsymbol{x}$	$+$	$\mathbf{4}\boldsymbol{y}$	$=$	$\mathbf{21.4}$

Entonces la ecuación nos queda planteada de la siguiente forma:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 12{,}2 \\ 5x + 4y = 21{,}4 \end{cases}$$

Tercera fase. Resolución. Ahora solucionamos el sistema utilizando uno de los métodos vistos, en este caso usemos el método de reducción.

$-6x - 4y = -24{,}4$ Multiplicamos la primera ecuación por -2
$5x + 4y = 21{,}4$ Escribimos la segunda ecuación y las sumamos
$-x = -3$
$x = 3$

Ahora sustituimos $\boldsymbol{x = 3}$ en la primera ecuación original obtenemos:

$$3x + 2y = 12{,}2$$
$$3(3) + 2y = 12{,}2$$
$$9 + 2y = 12{,}2$$
$$y = \frac{3{,}2}{2}$$
$$y = 1{,}6$$

Cuarta fase. Comprobación. Ahora vamos a verificar que el problema haya sido resuelto correctamente.

Para ingresar al museo, Juana paga $\$\boldsymbol{12,2\ euros}$ por $\boldsymbol{3}$ entradas de adulto y $\boldsymbol{2}$ de niños. Carlos, por $\boldsymbol{5}$ de adulto y $\boldsymbol{4}$ de niño, paga $\boldsymbol{21,4\ euros}$.

Por $\boldsymbol{3}$ entradas de adulto y dos de niños se paga $\$\boldsymbol{12,2}$ euros
$$\boldsymbol{3(3) + 2(1,6) = 12,2}$$
$$\boldsymbol{9 + 3,2 = 12,2}$$
$$\boldsymbol{12,2 = 12,2}$$

Respuesta: Las entradas cuestan $\$\ \boldsymbol{3\ euros}$ (para adulto) y $\$\boldsymbol{1,6\ euros}$ (para niño)

Ejercicio 2

Una compañía agrícola tiene una granja de $\boldsymbol{100\ acres}$ donde se produce zanahoria y yuca. Cada acre de yuca requiere $\boldsymbol{600\ horas}$ de mano de obra y cada acre de zanahoria $\boldsymbol{400\ horas}$ de mano de obra. Si se dispone de $\boldsymbol{45\,000\ horas}$ y se van a utilizar todos los recursos humanos y terrenos, encuentra el número de acres de cada grupo que deben plantarse.

Solución: Para comenzar, debemos establecer cuáles serán las variables que vamos a utilizar:

$\boldsymbol{x}$ = número de acres de yuca
$\boldsymbol{y}$ = número de acres de zanahoria

Si analizamos en problema ahora con el número de horas de mano de obra requeridas para cada cosecha, podríamos expresarlo de la siguiente manera:

$\boldsymbol{600x}$ = número de horas requeridas para la yuca
$\boldsymbol{400y}$ = número de horas requeridas para la zanahoria

También sabemos que la cantidad total de acres es $\mathbf{100}$ y la cantidad de horas disponibles es $\mathbf{45\,000}$. De acuerdo al planteamiento de los datos, obtenemos el siguiente sistema:

$$\begin{cases} \boldsymbol{x + y = 100} \\ \boldsymbol{600x + 400y = 45000} \end{cases}$$

Podemos utilizar el método de eliminación o reducción.

$\boldsymbol{x + y = 100}$	
$\boldsymbol{600x + 400y = 45000}$	Dividimos la segunda ecuación entre $\mathbf{100}$

$$\boldsymbol{\frac{600x}{100} + \frac{400y}{100} = \frac{45000}{100}}$$
$$\boldsymbol{6x + 4y = 450}$$

De esta manera tenemos el sistema:

$$\begin{cases} \boldsymbol{x + y = 100} \\ \boldsymbol{6x + 4y = 450} \end{cases}$$

Ahora podemos multiplicar la primera ecuación por $\mathbf{-6}$:
$\boldsymbol{x + y = 100}$ se transforma en -$\boldsymbol{6x + (-6y) = -600}$
Y obtenemos el sistema

$$\begin{cases} \boldsymbol{-6x - 6y = -600} \\ \boldsymbol{6x + 4y = 450} \end{cases}$$

Por último, sumamos la primera ecuación con la segunda.

$$\boldsymbol{-2y = -150}$$

Resolvemos la segunda ecuación

$$\boldsymbol{-2y = -150}$$
$$\boldsymbol{y = \frac{-150}{-2}}$$

$$\boldsymbol{y = 75}$$

Ahora sustituimos $\boldsymbol{y = 75}$ en la primera ecuación del primer sistema $\boldsymbol{x + y = 100}$, y obtenemos:

$$\boldsymbol{x + y = 100}$$
$$\boldsymbol{x + 75 = 100}$$
$$\boldsymbol{x = 100 - 75}$$
$$\boldsymbol{x = 25}$$

Es así como podemos decir que: la compañía debe plantar $\boldsymbol{25\ acres}$ de yuca y $\mathbf{75}$ de zanahoria.

Ejercitemos lo aprendido

Actividad 1 (*seleccione y resuelva uno de los dos ejercicios*)

Construye con un compañero de clase, un problema real con los sistemas de ecuaciones lineales presentados y muestra los pasos para la solución del problema que plantearon.

A. $\begin{cases} x + y = 60 \\ 16x + 20y = 1100 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} 3x + 2y = 24 \\ x - 3y = 3 \end{cases}$

Compara los resultados obtenidos con los de tus compañeros, observa los procedimientos utilizados; analiza si se presentaron procedimientos diferentes para la solución del ejercicio.

Actividad 2

Elabora un mapa conceptual en donde puedas establecer cuáles son los pasos utilizados y donde se muestre el procedimiento del sistema de ecuaciones de 2 x 2 para el problema que crearon.

Actividad 3 (*seleccione y resuelva uno de los dos ejercicios*)

Resuelve las siguientes situaciones problema aplicando las fases propuestas y después solucionando el sistema de ecuaciones $\mathbf{2 \times 2}$ mediante uno de los métodos.

1. La suma de dos números es $\mathbf{150}$ y el mayor excede en $\mathbf{4}$ al menor ¿Cuáles son los números?

2. Las entradas de un teatro valen $\$\mathbf{5000}$ para adultos y $\$\mathbf{2000}$ para niños. Sabiendo que asistieron $\mathbf{280}$ personas y que la recaudación por concepto de entradas fue de $\$\mathbf{800000}$, encuentra el número de niños y adultos que asistieron a la función.

3. En un garaje hay $\mathbf{84}\ \boldsymbol{vehículos}$ entre carros y motos se sabe que hay en total $\mathbf{200}\ \boldsymbol{ruedas}$ ¿Cuántos vehículos hay de cada tipo?

4. Una madre, para estimular a su hijo, le da $\$\ \mathbf{1}$ por cada ejercicio que haga bien, en cambio si el hijo hace mal el ejercicio él debe darle $\$\mathbf{0,50}$ por cada ejercicio que haga mal. Después de $\mathbf{20}$ ejercicios, el hijo lleva ganado $\$\mathbf{15,50}$ ¿Cuántos ejercicios ha hecho bien?

5. Un ganadero está preparando una mezcla de avena y harina de maíz para ganado. Cada onza de avena proporciona $\boldsymbol{cuatro}$ gramos de proteína y $\mathbf{18}\ \boldsymbol{g}$ de carbohidratos y $\mathbf{1}\ \boldsymbol{onza}$ de harina de maíz, $\mathbf{3}\ \boldsymbol{g}$ de proteína y $\mathbf{24}\ \boldsymbol{g}$ de carbohidratos. ¿Cuántas onzas de avena y harina de maíz se requieren a fin de satisfacer las metas nutricionales de $\mathbf{200}\ \boldsymbol{g}$ de proteína y $\mathbf{1320}\ \boldsymbol{g}$ de carbohidratos por ración?

6. Carlos acaba de comprar una cámara digital, una tarjeta de memoria de $\mathbf{120}$ megabytes y una tarjeta de memoria de $\mathbf{512}\ \boldsymbol{MB}$. La tarjeta de $\mathbf{512}\ \boldsymbol{MB}$ puede almacenar cuatro veces más fotos que la tarjeta de $\mathbf{128}\ \boldsymbol{MB}$. Juntas, las dos tarjetas de memoria pueden almacenar $\mathbf{360}\ \boldsymbol{fotos}$. Determina cuántas fotos puede almacenar cada una de las cámaras.

Sección 3: Determinantes 2×2

Lo que sabemos

Hasta el momento hemos trabajo una forma de resolver sistemas de ecuaciones de $\mathbf{2 \times 2}$ y es por medio de los métodos de igualación, sustitución y reducción, que nos han mostrado que la resolución por estos procedimientos, nos llevan a la misma solución del sistema.

Ahora te presentaremos otra forma de realizar la solución de los mismos sistemas de ecuaciones por medio de una regla llamada Regla de Cramer a partir de determinantes.

Aprendamos algo nuevo

Se define la función determinante de una matriz y se denota $\boldsymbol{det}(\boldsymbol{A})$ o $|\boldsymbol{A}|$, a la función que corresponde a cada matriz $\boldsymbol{A}$ un número real. El determinante sólo está definido para matrices cuadradas.

Un determinante de una matriz de $\mathbf{2 \times 2}$ $\begin{pmatrix} \boldsymbol{a_1} & \boldsymbol{b_1} \\ \boldsymbol{a_2} & \boldsymbol{b_2} \end{pmatrix}$ se denota por $\begin{vmatrix} \boldsymbol{a_1} & \boldsymbol{b_1} \\ \boldsymbol{a_2} & \boldsymbol{b_2} \end{vmatrix}$ y se evalúa como $\begin{vmatrix} \boldsymbol{a_1} & \boldsymbol{b_1} \\ \boldsymbol{a_2} & \boldsymbol{b_2} \end{vmatrix} = \boldsymbol{a_1 b_2 - a_2 b_1} = |\boldsymbol{A}|$

Observemos paso a paso cómo se soluciona un determinante $\mathbf{2 \times 2}$ en un sistema de ecuaciones

Realicemos el ejercicio con una ecuación $\begin{cases} \mathbf{3x + 2y = 7} \\ \mathbf{4x - 3y = -2} \end{cases}$

La matriz se organiza de la siguiente manera:

$|\boldsymbol{A}| = \begin{vmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{2} \\ \mathbf{4} & \mathbf{-3} \end{vmatrix} = \mathbf{(3)(-3) - (4)(2) = -9 - 8}$

$|\boldsymbol{A}| = \mathbf{-17}$

Los determinantes los utilizamos para resolver ecuaciones lineales a partir de la **regla de Cramer**. Explicaremos a continuación cómo se trabaja esta regla.

Tenemos las ecuaciones:

$$\boldsymbol{a_1 x + b_1 y = c_1}$$
$$\boldsymbol{a_2 x + b_2 y = c_2}$$

Se puede utilizar las propiedades de la suma y la multiplicación para encontrar $\boldsymbol{x}$ y $\boldsymbol{y}$, de esta manera tenemos que:

$$\boldsymbol{x} = \frac{\boldsymbol{c_1 b_2 - c_2 b_1}}{\boldsymbol{a_1 b_2 - a_2 b_1}}; \quad \boldsymbol{y} = \frac{\boldsymbol{a_1 c_2 - a_2 c_1}}{\boldsymbol{a_1 b_2 - a_2 b_1}}$$

Puedes darte cuenta que los denominadores, es el determinante del sistema de ecuaciones.

$$|\boldsymbol{A}| = \begin{vmatrix} \boldsymbol{a_1} & \boldsymbol{b_1} \\ \boldsymbol{a_2} & \boldsymbol{b_2} \end{vmatrix} = \boldsymbol{a_1 b_2 - a_2 b_1}$$

Puedes observar también que los numeradores de $\boldsymbol{x}$ y $\boldsymbol{y}$ son diferentes. A continuación, se encuentran dos determinantes, etiquetados con

$$|A|_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} = c_1b_2 - c_2b_1\ ;\ |A|_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} = a_1c_2 - a_2c_1$$

Utilizamos los determinantes $|A|$, $|A|_x$, $|A|_y$ en la regla de Cramer. La regla de Cramer puede utilizarse para resolver sistemas de ecuaciones lineales.

De forma general tenemos: $a_1x + b_1y = c_1$ y $a_2x + b_2y = c_2$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{|A|_x}{|A|};\quad y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{|A|_y}{|A|}\ donde\ |A| \neq 0$$

Para tener una idea más clara de cómo resolver el sistema de ecuaciones con la regla de Cramer, resolvamos un ejemplo.

$$3x + 5y = 7$$
$$4x - y = -6$$

Debemos tener en cuenta que las dos ecuaciones están de la forma $ax + by = c$, ahora debemos identificar a los términos del determinante:

$$a_1 = 3, b_1 = 5, c_1 = 7, a_2 = 4, b_2 = -1, c_2 = -6$$

Con estos términos podemos ahora hallar: $|A|$, $|A|_x$, $|A|_y$

$$|A| = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} = (3)(-1) - (4)(5) = (-3) - (20) = -23$$

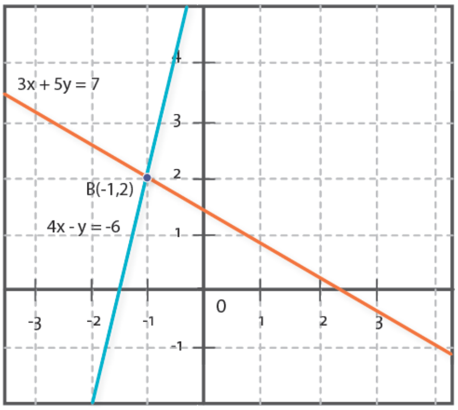
$$|A|_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 7 & 5 \\ -6 & -1 \end{vmatrix} = (7)(-1) - (-6)(5) = (-7) - (-30) = 23$$

$$|A|_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 4 & -6 \end{vmatrix} = (3)(-6) - (4)(7) = (-18) - (28) = -46$$

Cuando tenemos los diferentes valores, podemos hallar $\boldsymbol{x}$ y $\boldsymbol{y}$.

$$x = \frac{|A|_x}{|A|} = \frac{23}{-23} = -1;\quad y = \frac{|A|_y}{|A|} = \frac{-46}{-23} = 2$$

De esta manera tenemos que $x = -1$ y $y = 2$. Si los puntos los analizamos desde el plano cartesiano, podemos decir que las dos ecuaciones se cruzan en el punto $(-1, 2)$ y este es la solución de la ecuación.
En la imagen se muestra el punto solución de las dos ecuaciones.



Ejercitemos lo aprendido

Actividad 1

Realiza la solución del sistema mostrando el paso a paso, organiza una estrategia por la cual le podrías explicar a tus compañeros de clase como resolviste el sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} \boldsymbol{x - 5y = 3} \\ \boldsymbol{2x + -5 = 10y} \end{cases}$$

Actividad 2

Con tu compañero de trabaja, explica cuál de los procedimientos desarrollados hasta ahora consideras el más apropiado para resolver un sistema de ecuaciones de 2×2, ten en cuenta los diferentes procedimientos que se han trabajado hasta el momento.

Apliquemos lo aprendido

Actividad 3 (*<u>seleccione y resuelva dos de los nueve ejercicios</u>*)

Resuelve cada sistema de ecuaciones utilizando determinantes. Muestra a partir de la gráfica que los valores que se hallaron de acuerdo con $\boldsymbol{x}$ y con $\boldsymbol{y}$, efectivamente forman la pareja ordenada donde se intersecan las rectas.

A. $\begin{cases} 2x - 3y = -3 \\ 4x + 5y = 49 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 5x - 9y = -4 \\ 7y - 3x = 4 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ 4x + y = 5 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x - 6y = 3 \\ 3x + y = 9 \end{cases}$

E. $\begin{cases} 7x - 8y = 2 \\ 4x + 3y = 5 \end{cases}$

F. $\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$

G. $\begin{cases} 3x + 2y = 12 \\ 4x + 5y = 2 \end{cases}$

H. $\begin{cases} 2x + 7y = 3 \\ 3x - 5y = 51 \end{cases}$

I. $\begin{cases} x - 5y = 3 \\ 2x + -5 = 10y \end{cases}$

¿Qué aprendí?

A continuación, se presenta una tabla la cual debes contestar de manera autónoma cada uno de los criterios y dar una justificación.

	Sí	**No**	**A veces**	**Justificación**
Identifico sistemas de ecuaciones lineales de 2 x 2				
Utilizo diferentes métodos de solución de sistemas de ecuaciones lineales de 2 x 2				
Resuelvo problemas cotidianos que se pueden plantear a partir de sistemas de ecuaciones de 2 x 2				
Utilizo la regla de Cramer para resolver sistemas de ecuaciones de 2 x 2				
Trabajo activamente en grupo y respeto la opinión				

de mis compañeros.				
Me preocupo por preparar mis trabajos y exposiciones.				
Acepto mis errores o dificultades y trato de superarlos.				
Aporto en las actividades de grupo.				
Soy tolerante con las diferencias de opinión cuando trabajo en grupo.				

Sistema de ecuaciones lineales tres por tres

¿Qué vas a aprender?
Este módulo te brinda la oportunidad para que apliques los conocimientos en matemáticas que hasta ahora has aprendido, en diferentes contextos de tu vida cotidiana.

Aprenderás a resolver ecuaciones lineales de diferentes maneras y podrás aplicarlas para la solución de diferentes problemas que te presenta el texto.

Aprenderás también a resolver ejercicios con tres ecuaciones lineales y a utilizar diferentes métodos de solución, para poder aplicar estos métodos en la solución de problemas.

Sección 4: Determinantes 3 x 3

Lo que sabemos

Cuando vamos a evaluar determinantes de una matriz de 3×3, utilizamos un procedimiento muy parecido al anterior. Para poder seguir, vamos a incluir un nuevo término, el determinante menor de a1, que podemos encontrar tachando los elementos del mismo renglón y la misma columna donde aparece el término a1, los términos que quedan sin tachar, se les llama el determinante menor. Para encontrar los determinantes menores utilizamos el mismo proceso. Observemos de manera general como lo hacemos:
Tenemos el siguiente determinante

$$\begin{vmatrix} \boldsymbol{a_1} & \boldsymbol{b_1} & \boldsymbol{c_1} \\ \boldsymbol{a_2} & \boldsymbol{b_2} & \boldsymbol{c_2} \\ \boldsymbol{a_3} & \boldsymbol{b_3} & \boldsymbol{c_3} \end{vmatrix}$$

Hallamos el menor de a_1

$$\begin{vmatrix} \cancel{\boldsymbol{a_1}} & \cancel{\boldsymbol{b_1}} & \cancel{\boldsymbol{c_1}} \\ \cancel{\boldsymbol{a_2}} & \boldsymbol{b_2} & \boldsymbol{c_2} \\ \cancel{\boldsymbol{a_3}} & \boldsymbol{b_3} & \boldsymbol{c_3} \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} \boldsymbol{b_2} & \boldsymbol{c_2} \\ \boldsymbol{b_3} & \boldsymbol{c_3} \end{vmatrix} \;\; \boldsymbol{Determinante\ menor\ de\ a_1}$$

Hallamos el menor de a_2

$$\begin{vmatrix} \cancel{\boldsymbol{a_1}} & \boldsymbol{b_1} & \boldsymbol{c_1} \\ \cancel{\boldsymbol{a_2}} & \cancel{\boldsymbol{b_2}} & \cancel{\boldsymbol{c_2}} \\ \cancel{\boldsymbol{a_3}} & \boldsymbol{b_3} & \boldsymbol{c_3} \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} \boldsymbol{b_1} & \boldsymbol{c_1} \\ \boldsymbol{b_3} & \boldsymbol{c_3} \end{vmatrix} \;\; \boldsymbol{Determinante\ menor\ de\ a_2}$$

Hallamos el menor de a_3

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} \ \boldsymbol{Determinante\ menor\ de\ a_3}$$

Cuando hallamos los determinantes menores, podemos evaluar el determinante de la primera columna, es decir el determinante de la columna donde está, de esta manera tenemos que:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 \underbrace{\begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}}_{\substack{\downarrow \\ \boxed{\text{Determinante menor de } a_1}}} - a_2 \underbrace{\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}}_{\substack{\downarrow \\ \boxed{\text{Determinante menor de } a_2}}} + a_3 \underbrace{\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}}_{\substack{\downarrow \\ \boxed{\text{Determinante menor de } a_3}}}$$

Aprendamos
algo nuevo

Regla de Cramer para sistemas de tres variables.

Mostraremos de forma general como resolver un sistema de ecuaciones de $\boldsymbol{3 \times 3}$ a partir de la regla, después mostraremos un ejemplo que los ilustrara mejor.

Si tenemos un sistema de ecuaciones de $\boldsymbol{3 \times 3}$ como el siguiente:

$$\begin{aligned} a_1x + b_1y + c_1z &= d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z &= d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z &= d_3 \end{aligned}$$

Planteamos cada uno de los determinantes del sistema como:

$$|A| = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix};$$

$$|A_x| = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}; \quad |A_y| = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}; \quad |A_z| = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}$$

Y a partir de los determinantes, podemos establecer al valor de cada variable del sistema de ecuaciones:

$$x = \frac{|A_x|}{|A|}; \quad y = \frac{|A_y|}{|A|}; \quad z = \frac{|A_z|}{|A|}$$

Ejemplo 1

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones utilizando determinantes.

$$Resolvamos \ \begin{cases} x + 4y - 3z = -6 \\ 2x - 8y + 5z = 12 \\ 3x + 4y - 2z = -3 \end{cases}$$

Identificamos las constantes para poder armar la matriz de **3×3**.

$a_1 = 1;\ b_1 = 4;\ c_1 = -3;\ d_1 = -6$

$a_2 = 2;\ b_2 = -8;\ c_2 = 5;\ d_2 = 12$

$a_3 = 3;\ b_3 = 4;\ c_3 = -2;\ d_3 = -3$

Después de organizar las constantes, comenzaremos con el desarrollo de los determinantes menores del primer renglón para evaluar a $|A|, |A_x|, |A_y|, |A_z|$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 4 & -3 \\ 2 & -8 & 5 \\ 3 & 4 & -2 \end{vmatrix} = 1\begin{vmatrix} -8 & 5 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 3\begin{vmatrix} 4 & -3 \\ -8 & 5 \end{vmatrix}$$
$$|A| = 1[(-8)(-2) - (4)(5)] - 2[(4)(-2) - (4)(-3)] + 3[(4)(5) - (-8)(-3)]$$
$$|A| = 1[16 - 20] - 2[-8 + 12] + 3[20 - 24]$$
$$|A| = 1[-4] - 2[4] + 3[-4]$$
$$|A| = -4 - 8 - 12$$
$$|A| = -24$$

$Reemplazamos\ de\ acuerdo\ a\ |A_x| = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}\ y\ desarrollamos$

$$|A_x| = \begin{vmatrix} -6 & 4 & -3 \\ 12 & -8 & 5 \\ -3 & 4 & -2 \end{vmatrix} = (-6)\begin{vmatrix} -8 & 5 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (12)\begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-3)\begin{vmatrix} 4 & -3 \\ -8 & 5 \end{vmatrix}$$
$$|A_x| = (-6)[(-8)(-2) - (4)(5)] - (12)[(4)(-2) - (4)(-3)] + (-3)[(4)(5) - (-8)(-3)]$$
$$|A_x| = -6[16 - 20] - 12[-8 + 12] - 3[20 - 24]$$
$$|A_x| = -6[-4] - 12[4] - 3[-4]$$
$$|A_x| = 24 - 48 + 12$$
$$|A_x| = -12$$

$Reemplazamos\ de\ acuerdo\ a\ |A_y| = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}\ y\ desarrollamos$

$$|A_y| = \begin{vmatrix} 1 & -6 & -3 \\ 2 & 12 & 5 \\ 3 & -3 & -2 \end{vmatrix} = (1)\begin{vmatrix} 12 & 5 \\ -3 & -2 \end{vmatrix} - (2)\begin{vmatrix} -6 & -3 \\ -3 & -2 \end{vmatrix} + (3)\begin{vmatrix} -6 & -3 \\ 12 & 5 \end{vmatrix}$$
$$|A_y| = (1)[(12)(-2) - (-3)(5)] - (2)[(-6)(-2) - (-3)(-3)] + (3)[(-6)(5) - (12)(-3)]$$
$$|A_y| = 1[-24 + 15] - 2[12 - 9] + 3[-30 + 36]$$
$$|A_y| = 1[-9] - 2[3] + 3[6]$$
$$|A_y| = -9 - 6 + 18$$
$$|A_y| = 3$$

$Por\ \text{último}, reemplazamos\ de\ acuerdo\ a\ |A_z| = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}\ y\ desarrollamos$

$$|A_z| = \begin{vmatrix} 1 & 4 & -6 \\ 2 & -8 & 12 \\ 3 & 4 & -3 \end{vmatrix} = (1)\begin{vmatrix} -8 & 12 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} - (2)\begin{vmatrix} 4 & -6 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} + (3)\begin{vmatrix} 4 & -6 \\ -8 & 12 \end{vmatrix}$$
$$|A_z| = (1)[(-8)(-3) - (4)(12)] - (2)[(4)(-3) - (4)(-6)] + (3)[(4)(12) - (-8)(-6)]$$
$$|A_z| = 1[24 - 48] - 2[-12 + 24] + 3[48 - 48]$$
$$|A_z| = 1[-24] - 2[12] + 3[0]$$
$$|A_z| = -24 - 24 + 0$$
$$|A_z| = -48$$

$De\ esta\ manera\ tenemos\ que: |\boldsymbol{A}| = \mathbf{-24};\ |\boldsymbol{A_x}| = \mathbf{-12};\ |\boldsymbol{A_y}| = \mathbf{3};\ |\boldsymbol{A_z}| = \mathbf{-48}$

$$Por\ lo\ tanto: x = \frac{|\boldsymbol{A_x}|}{|\boldsymbol{A}|} = \frac{\mathbf{-12}}{\mathbf{-24}} = \frac{1}{2};\ \ y = \frac{|\boldsymbol{A_y}|}{|\boldsymbol{A}|} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{-24}} = -\frac{1}{8};\ \ z = \frac{|\boldsymbol{A_z}|}{|\boldsymbol{A}|} = \frac{\mathbf{-48}}{\mathbf{-24}} = 2$$

$$La\ solución\ del\ sistema\ es: (\boldsymbol{x}\quad \boldsymbol{y}\quad \boldsymbol{z}) = \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}},\quad -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{8}},\quad \mathbf{2}\right)$$

Ejemplo 2

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones utilizando determinantes.

$$Resolvamos\ \begin{cases} \mathbf{3}\boldsymbol{x} - \mathbf{2}\boldsymbol{y} - \boldsymbol{z} = \mathbf{-6} \\ \mathbf{2}\boldsymbol{x} + \mathbf{3}\boldsymbol{y} - \mathbf{2}\boldsymbol{z} = \mathbf{1} \\ \boldsymbol{x} - \mathbf{4}\boldsymbol{y} + \boldsymbol{z} = \mathbf{-3} \end{cases}$$

Identificamos las constantes para poder armar la matriz de **3×3**.

$\boldsymbol{a_1} = \mathbf{3};\ \boldsymbol{b_1} = \mathbf{-2};\ \boldsymbol{c_1} = \mathbf{-1};\ \boldsymbol{d_1} = \mathbf{-6}$

$\boldsymbol{a_2} = \mathbf{2};\ \boldsymbol{b_2} = \mathbf{3};\ \boldsymbol{c_2} = \mathbf{-2};\ \boldsymbol{d_2} = \mathbf{1}$

$\boldsymbol{a_3} = \mathbf{1};\ \boldsymbol{b_3} = \mathbf{-4};\ \boldsymbol{c_3} = \mathbf{1};\ \boldsymbol{d_3} = \mathbf{-3}$

Después de organizar las constantes, comenzaremos con el desarrollo de los determinantes menores del primer renglón para evaluar a $|\boldsymbol{A}|, |\boldsymbol{A_x}|, |\boldsymbol{A_y}|, |\boldsymbol{A_z}|$

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{-2} & \mathbf{-1} & \mathbf{-6} \\ \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{-2} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{-4} & \mathbf{1} & \mathbf{-3} \end{bmatrix}$$

$$|\boldsymbol{A}| = \begin{vmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{-2} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{1} & \mathbf{-4} & \mathbf{1} \end{vmatrix} = (\mathbf{3}) \begin{vmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{-4} & \mathbf{1} \end{vmatrix} - (\mathbf{2}) \begin{vmatrix} \mathbf{-2} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{-4} & \mathbf{1} \end{vmatrix} + (\mathbf{1}) \begin{vmatrix} \mathbf{-2} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{3} & \mathbf{-2} \end{vmatrix}$$

$$|\boldsymbol{A}| = (\mathbf{3})[(\mathbf{3})(\mathbf{1}) - (\mathbf{-4})(\mathbf{-2})] - (\mathbf{2})[(\mathbf{-2})(\mathbf{1}) - (\mathbf{-4})(\mathbf{-1})] + (\mathbf{1})[(\mathbf{-2})(\mathbf{-2}) - (\mathbf{3})(\mathbf{-1})]$$

$$|\boldsymbol{A}| = \mathbf{3}[\mathbf{3} - \mathbf{8}] - \mathbf{2}[\mathbf{-2} - \mathbf{4}] + \mathbf{1}[\mathbf{4} + \mathbf{3}]$$

$$|\boldsymbol{A}| = \mathbf{3}[\mathbf{-5}] - \mathbf{2}[\mathbf{-6}] + \mathbf{1}[\mathbf{7}]$$

$$|\boldsymbol{A}| = \mathbf{-15} + \mathbf{12} + \mathbf{7}$$

$$|\boldsymbol{A}| = \mathbf{4}$$

$$Reemplazamos\ de\ acuerdo\ a\ |\boldsymbol{A_x}| = \begin{vmatrix} \boldsymbol{d_1} & \boldsymbol{b_1} & \boldsymbol{c_1} \\ \boldsymbol{d_2} & \boldsymbol{b_2} & \boldsymbol{c_2} \\ \boldsymbol{d_3} & \boldsymbol{b_3} & \boldsymbol{c_3} \end{vmatrix}\ y\ desarrollamos$$

$$|\boldsymbol{A_x}| = \begin{vmatrix} \mathbf{-6} & \mathbf{-2} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{3} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{-3} & \mathbf{-4} & \mathbf{1} \end{vmatrix} = (\mathbf{-6}) \begin{vmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{-4} & \mathbf{1} \end{vmatrix} - (\mathbf{1}) \begin{vmatrix} \mathbf{-2} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{-4} & \mathbf{1} \end{vmatrix} + (\mathbf{-3}) \begin{vmatrix} \mathbf{-2} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{3} & \mathbf{-2} \end{vmatrix}$$

$$|\boldsymbol{A_x}| = (\mathbf{-6})[(\mathbf{3})(\mathbf{1}) - (\mathbf{-4})(\mathbf{-2})] - (\mathbf{1})[(\mathbf{-2})(\mathbf{1}) - (\mathbf{-4})(\mathbf{-1})] + (\mathbf{-3})[(\mathbf{-2})(\mathbf{-2}) - (\mathbf{3})(\mathbf{-1})]$$

$$|\boldsymbol{A_x}| = \mathbf{-6}[\mathbf{3} - \mathbf{8}] - \mathbf{1}[\mathbf{-2} - \mathbf{4}] - \mathbf{3}[\mathbf{4} + \mathbf{3}]$$

$$|\boldsymbol{A_x}| = \mathbf{-6}[\mathbf{-5}] - \mathbf{1}[\mathbf{-6}] - \mathbf{3}[\mathbf{7}]$$

$$|\boldsymbol{A_x}| = \mathbf{30} + \mathbf{6} - \mathbf{21}$$

$$|\boldsymbol{A_x}| = \mathbf{15}$$

$$Reemplazamos\ de\ acuerdo\ a\ |\boldsymbol{A_y}| = \begin{vmatrix} \boldsymbol{a_1} & \boldsymbol{d_1} & \boldsymbol{c_1} \\ \boldsymbol{a_2} & \boldsymbol{d_2} & \boldsymbol{c_2} \\ \boldsymbol{a_3} & \boldsymbol{d_3} & \boldsymbol{c_3} \end{vmatrix}\ y\ desarrollamos$$

$$|A_y| = \begin{vmatrix} 3 & -6 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & -3 & 1 \end{vmatrix} = (3)\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} - (2)\begin{vmatrix} -6 & -1 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + (1)\begin{vmatrix} -6 & -1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$$

$$|A_y| = (3)[(1)(1) - (-3)(-2)] - (2)[(-6)(1) - (-3)(-1)] + (1)[(-6)(-2) - (1)(-1)]$$

$$|A_y| = 3[1 - 6] - 2[-6 - 3] + 1[12 + 1]$$

$$|A_y| = 3[-5] - 2[-9] + 1[13]$$

$$|A_y| = -15 + 18 + 13$$

$$|A_y| = 16$$

Por último, reemplazamos de acuerdo a $|A_z| = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}$ *y desarrollamos*

$$|A_Z| = \begin{vmatrix} 3 & -2 & -6 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -4 & -3 \end{vmatrix} = (3)\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -4 & -3 \end{vmatrix} - (2)\begin{vmatrix} -2 & -6 \\ -4 & -3 \end{vmatrix} + (1)\begin{vmatrix} -2 & -6 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$|A_Z| = (3)[(3)(-3) - (-4)(1)] - (2)[(-2)(-3) - (-4)(-6)] + (1)[(-2)(1) - (3)(-6)]$$

$$|A_Z| = 3[-9 + 4] - 2[6 - 24] + 1[-2 + 18]$$

$$|A_Z| = 3[-5] - 2[-18] + 1[16]$$

$$|A_Z| = -15 + 36 + 16$$

$$|A_Z| = 37$$

De esta manera tenemos que: $|A| = 4$; $|A_x| = 15$; $|A_y| = 16$; $|A_z| = 37$

Por lo tanto: $x = \dfrac{|A_x|}{|A|} = \dfrac{15}{4}$; $y = \dfrac{|A_y|}{|A|} = \dfrac{16}{4} = 4$; $z = \dfrac{|A_z|}{|A|} = \dfrac{37}{4}$

La solución del sistema es: $(x \quad y \quad z) = \left(\dfrac{15}{4}, \quad 4, \quad \dfrac{37}{4}\right)$

Ejercitemos lo aprendido

Actividad 1 (seleccione dos sistemas 2×2 y dos 3×3)

Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando el método de determinantes

A. $\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 3x + 2y - z = 3 \\ x + y - 2z = -5 \\ 2x + y + 3z = 16 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 2x - y = -3 \\ 3x - y = -4 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x + y = 4 \\ 3x - 3y = 12 \end{cases}$

E. $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + 3y + 5z = 11 \\ x - 5y + 6z = 29 \end{cases}$

F. $\begin{cases} 3x - y + z = 1 \\ x + 2y - 2z = -1 \\ 2x - 3y + z = -1 \end{cases}$

G. $\begin{cases} 5p - 4q + 3r = 9 \\ 2p + q - 2r = 1 \\ 4p + 3q + 4r = 1 \end{cases}$

H. $\begin{cases} 2x + y = 6 \\ 3x - y = 10 \end{cases}$

I. $\begin{cases} -2x + 3y - 7z = 32 \\ 4x + 4y - 7z = 18 \\ -7x + 8y + 3z = 47 \end{cases}$

Actividad 2

Solución de problemas (seleccione un problema 2×2 y uno 3×3)

Mediante el uso de sistema $(\mathbf{2} \times \mathbf{2})$ y $(\mathbf{3} \times \mathbf{3})$ plantea la solución a los siguientes problemas

1. Una persona invierte un total de $\$\mathbf{25.000}$ en tres fondos. El primero paga el $\mathbf{5}\%$ anual, el segundo el $\mathbf{4}\%$ y el tercero el $\mathbf{8}\%$. Se sabe que invirtió en el segundo el doble que en el tercero. ¿Cuánto invirtió en cada uno si recibió $\$\,\mathbf{1295}$ en intereses al final del año?

2. Una factura de $\$\,\mathbf{1.520}$ se ha pagado con billetes de $\$\,\mathbf{100}$, $\$\mathbf{50}$ y $\$\,\mathbf{10}$. El número de billetes de $\$\mathbf{100}$ es el doble que el de billetes de $\$\,\mathbf{50}$ y los de $\$\,\mathbf{10}$ son la sexta parte de los de $\$\mathbf{100}$ ¿Cuántos son los billetes de cada clase?

3. Dos números suman $\mathbf{48}$ y si se divide uno entre el otro da $\mathbf{3}$ de cociente y $\mathbf{4}$ de resto. Hallar los números.

4. La suma de dos números es $\mathbf{12}$ y la diferencia es $\mathbf{4}$ ¿Cuáles son esos números?

5. Las edades de Eduardo y Mariana suman $\mathbf{43}$, las de Jorge y Mariana suman $\mathbf{46}$ y las de Jorge y Eduardo suman $\mathbf{47}$. ¿Qué edad tiene cada uno?

Pregunta tipo ICFES (Sustenta tu respuesta)

Alberto, Beatriz y Carlos van al supermercado a comprar huevos, arroz y panela.
Alberto compra 5 huevos, 4 libras de arroz y 6 pares de panela generando un costo de $29800. Beatriz por su parte compra una cubeta de huevos, una arroba de arroz y una bolsa (o paca) de panela, pagando en total de $143800.
Carlos finalmente reportó haber pagado $66400 al comprar media cubeta de huevos, 5 kilos de arroz y 12 pares de panela. El precio de un huevo, una libra de arroz y un par de panela son respectivamente:

A. 480, 2200 y 3100
B. 450, 2000 y 3000
C. 400, 2500 y 3000
D. 480, 2000 y 3500
E. 450, 2200 y 3100

Éxitos!
Docentes grado 9º