

 Institución Educativa Román Gómez		PERIODO ACADÉMICO 02
GRADO: 9º _____	GUÍA DE APRENDIZAJE NÚMERO 3	TIEMPO ESTIMADO: 3 Semanas: julio 12 al 30
TEMA: CONSTRUYENDO CONOCIMIENTO		Videos de referencia: Nino Bravo: Libre https://youtu.be/7812dngARbk Libre: La triste historia detrás de una exitosa canción. https://www.radiotelevisionmarti.com/a/muro-de-berlin-la-triste-historia-detras-de-una-cancion/79382.html Presente perfecto en Ingles: https://youtu.be/6ATj9Do_RL8 Presente perfecto: oraciones interrogativas y negativas: https://youtu.be/iPK3hnx_BbI
NOMBRE DEL ESTUDIANTE: _____		



Queridos estudiantes...

La presente guía “Construyendo conocimiento” busca dar continuidad al proceso de enseñanza- aprendizaje y avanzar en las diferentes temáticas específicas de cada área, por medio de actividades diversas.

Ésta debe ser desarrollada a computador o en hojas de block tamaño carta, con las normas APA y entregada por separado al docente encargado según indicaciones dadas por éste. (En físico o enviada al correo personal).

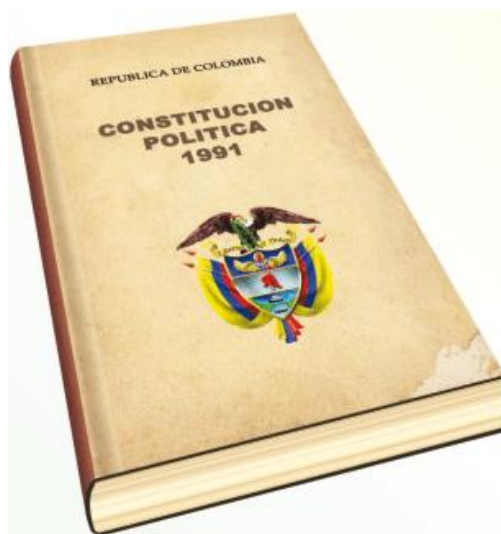
Matemáticas	Wilder Castaño	wilderacc@gmail.com
Sociales	Nicolás Castrillón	no.castrillon@gmail.com
Ingles	Mónica García	isamojefra33@gmail.com
Biología	Luis Javier Rojas	ljrgarcia@ieromangomez.edu.co
Religión y Ética	Luis Ovidio Pérez	luisoperezmontoya@gmail.com
Edu. física	Paula Andrea Rincón	paulaandrearinconbetancur@gmail.com



GUÍA # 3

SOCIALES Y CÁTEDRA DE LA PAZ:

Constitución política de Colombia, 30 años al servicio de nuestro país



La constitución política de Colombia o constitución de 1991, es el más grande texto elaborado en nuestro país durante todo el siglo XX.

El texto que rige los destinos nuestros es también llamado **carta magna** por su gran importancia y todo lo que representa en cada uno de los aspectos de la vida nacional.

La constitución política de 1991 es producto del descontento nacional y de un grupo de jóvenes universitarios que veían la constitución de 1886 como un texto obsoleto que no se acomodaba a las necesidades de Colombia y sus ciudadanos, entonces inconformes toman la iniciativa de cambiar o reformar ampliamente nuestra constitución. Para ello crearon la iniciativa electoral de la **séptima papeleta** que consistía en a través de un

pequeño tarjetón en el cual se preguntaba al pueblo si estaba de acuerdo en que se creará una asamblea nacional constituyente que elaborará una nueva constitución acorde a las necesidades de nuestro país. **SI o NO** a lo que el pueblo aprovechando las elecciones de 1990 donde salió elegido el presidente Cesar Gaviria Trujillo, también voto por el **SI** en la creación de una asamblea nacional que elaborara una nueva constitución.

Al posesionarse Cesar Gaviria Trujillo y quien reemplazaba en la presidencia a Virgilio Barco, convoca a todos los sectores de la sociedad para hacer parte del selecto grupo de personas que elaborarían una nueva constitución y que fue conocida como **asamblea nacional constituyente**.

Al seleccionar y posesionar a 120 miembros de todos los sectores de la sociedad se da inicio a una nueva constitución que representaba a todos nuestros ciudadanos en ella participaron miembros de la iglesia (clero), representantes de todos los partidos políticos: liberal, conservador, nuevo liberalismo y otros movimientos políticos que surgieron como producto de la desmovilización de grupos subversivos, como el M19, el EPL, MOIR y Quintín Lame que se habían desmovilizado en la administración BARCO. También participaron representantes de los indígenas, comunidades afrodescendientes, representantes del comercio, la banca nacional, madres comunitarias, estudiantes universitarios, entre otros; todos aquellos grupos sociales existentes y que para ese momento no se sentían representados en la anterior constitución. Para el mes de octubre de 1990 la asamblea nacional constituyente se posesiona y arranca en firme la elaboración de la nueva constitución, la cual solo demoro 10 meses en ser construida.

La nueva constitución es proclamada el 7 de Julio de 1991 dejando atrás la constitución de 1886 que ya con 105 de existencia no cubría las necesidades de la sociedad colombiana. Esta nueva constitución trae grandes cambios que van a regir a partir de ese momento los derechos y destinos de Colombia.

Entre los cambios más representativos se encuentra que Colombia adopta el nombre de estado social de derecho, la descentralización política y administrativa, mecanismos de defensa de los derechos fundamentales tales como: acción de tutela, derecho de petición, habeas corpus y habeas data. También mecanismos de participación ciudadana como: el voto, el plebiscito, el referendo, la iniciativa popular legislativa, revocatoria de mandato, proyectos de ley, entre otros.

La constitución política de Colombia, es considerada como una de las constituciones más completas y ordenadas del continente y basada en unos principios democráticos, donde todos podemos hacer parte de las decisiones del gobierno nacional, es por ello que, en estos 30 años de existencia, plantearemos algunos interrogantes y su respectiva solución, acerca de la efectividad de nuestra gran carta magna.

Constitución política de Colombia 30 años

(7 de julio de 1991 – 7 de julio de 2021)

ACTIVIDADES:

Basado en este pequeño texto y en averiguaciones e investigaciones realizadas por los estudiantes, desarrolle las siguientes preguntas:

1. Explique ampliamente las razones por las cuales se hizo necesario cambiar la constitución de 1886.
2. ¿Qué entiendes por: descentralización política y administrativa?
3. Consulte y defina los mecanismos de defensa de los derechos fundamentales.
4. Según la constitución política de 1991, ¿Qué son derechos fundamentales? y defina 5 de ellos.
5. ¿Cómo se encuentran clasificados los derechos fundamentales en nuestra constitución?
6. ¿Qué son derechos colectivos y derechos individuales?
7. ¿Cómo se encuentra insertada dentro de nuestra constitución, la declaración universal de los derechos humanos?
8. ¿Qué son derechos humanos?

CATEDRA DE LA PAZ

Consulte:

1. ¿En qué consiste la corte internacional de la Haya?
2. ¿Cuál es el papel de esta corte en la defensa de los derechos humanos?
3. ¿Qué son delitos de lesa humanidad?
4. ¿En qué consistió la proclama universal de la organización de las naciones unidas (ONU) en referencia a los derechos humanos?
5. ¿Cuándo, cómo y dónde se dio la proclama de los derechos humanos?

Pregunta tipo ICFES (Sustenta tu respuesta)

1. Según el texto, son mecanismos de participación:
 - a. El voto y la acción de tutela.
 - b. La revocatoria de mandato y el derecho de petición.
 - c. El habeas data y habeas corpus.
 - d. El plebiscito y referendo
2. La descentralización administrativa es:
 - a. Cada departamento tiene su propio gobierno.
 - b. Cada departamento tiene su propia constitución.
 - c. Cada departamento administra sus propios recursos.
 - d. Los gobiernos locales, gobiernan sin la autorización del gobierno nacional.

Buena suerte N.C.

RELIGION, ETICA Y EMPRENDIMIENTO:

SOBRE LA LIBERTAD Y LA ETICA



LIBERTAD...

"ASÍ PUES LA LIBERTAD ES UN DERECHO SAGRADO E INDESCRIPCIÓN QUE TODOS LOS SERES HUMANOS POSEEN.LA FACULTAD DE LA LIBERTAD ES OBRAR SEGÚN SU VOLUNTAD, RESPETANDO LA LEY Y EL DERECHO AJENO".

ACTIVIDADES.

1. Escuchar la canción tema, "libre" del Autor Nino Bravo. (Ver enlace en videos de referencia).
2. Lectura de la historia de la canción tema "libre"(ver enlace en videos de referencia).
3. Seleccione y escriba cinco ideas principales de la historia y consulte su biografía.
4. Realice un afiche de acuerdo a la canción y escribir a su alrededor cinco frases de libertad al respecto (Color%).
5. Su apreciación es muy importante sobre la "LIBERTAD". Escriba, un ensayo de dos páginas de cuál es el lugar que ocupa "LA LIBERTAD " en tu vida con el referente introductorio que aparece al inicio.

NOTA:

Realice el trabajo a mano de manera ordenada y con buena decoración y preséntelo en hojas de block, en la carpeta con todos los requisitos. (Debido a que nos encontramos en presencialidad). Recuerde: trabajar dice lo que somos.

Preguntas tipo ICFES (Sustenta tu respuesta)

Por eso la libertad es un derecho que toda persona tiene, el cual se puede perder cuando deja de ser libertad por nuestras malas acciones. Luego el volver a adquirirlo se debe a:

- A-Por medio de mis amistades.
- B-Por medio de las leyes.
- C-Por medio espiritual.
- D-Por medio de cambio a las buenas acciones.

La actuación de mi "LIBERTAD " podría fundamentarse desde:

- A- Mis amistades.
- B- Mis diversiones.
- C-las leyes
- D-Mis decisiones.

BIOLOGIA:

GENÉTICA, MEDIO AMBIENTE, TAXONOMÍA Y DIVERSIDAD GENÉTICA



REFERENCIAS:

- Revista Electrónica de Veterinaria REDVET ISSN 1695-7504
<http://www.veterinaria.org/revistas/redvet>
Vol. VI, Nº 2, Febrero 2005 <http://www.veterinaria.org/revistas/redvet/n020205.html>
- [Técnicas para la evaluación de la diversidad genética y su uso en los programas de conservación](#)
P Jiménez, [C Collada](#) - Forest Systems, 2000 - recyt.fecyt.es
- ... siendo más difícil el diseño de cebadores para regiones no codificantes del genoma; sin embargo ... ya que proporcionan información tanto sobre la distribución actual de la diversidad genética neutral y los procesos que actúan sobre ella (flujo genético, deriva, endogamia ...)
[Citado por 40 Artículos relacionados Las 10 versiones](#)
- Revista Electrónica de Veterinaria REDVET ISSN 1695-7504
<http://www.veterinaria.org/revistas/redvet> Vol. VI, Nº 2, Febrero 2005 –
<http://www.veterinaria.org/revistas/redvet/n020205.html> Solano S., Gutberto; Salcedo Cedeño, Mary Luz; Ramírez, R. - Dietas para pollos en ceba a base de

subproductos de la agro-industria local - Revista Electrónica de Veterinaria REDVET ®, ISSN 1695-7504, Vol. VI, nº 02, Febrero/2005, Veterinaria.org ® - Comunidad Virtual Veterinaria.org ® - Veterinaria Organización S.L.® España. Mensual. Disponible en <http://www.veterinaria.org/revistas/redvet> y más específicamente en <http://www.veterinaria.org/revistas/redvet/n020205.html> 1 Adaptación de las especies a través de cambios genéticos influenciados por el Medio ambiente

ACTIVIDADES:

1. Revisar las referencias bibliográficas presentadas, leer y tomar nota de las temáticas.
2. Debate participativo sobre el tema, con el fin de definir y entender los conceptos como los propuestos en las lecturas.

El debate se desarrollará en los encuentros, luego de realizadas las exposiciones. Se evaluará, la participación activa y de igual forma se realizará un taller evaluativo en clase.

Pregunta tipo ICFES (Sustenta tu respuesta)

EDUCACIÓN FÍSICA Y ARTÍSTICA:

IMPORTANCIA DE LA HIDRATACIÓN



El agua tiene una gran importancia biológica. El ser humano puede vivir varios días sin comer, aunque no mas de 10 días sin beber agua. En realidad, entre el 60 y 70% del peso corporal esta formado por agua. Cualquier pérdida súbita de líquido es peligrosa y no ingerir el líquido suficiente también. Ningún ser vivo puede sobrevivir sin agua, porque resulta fundamental para los procesos digestivos y para eliminar sustancias toxicas del organismo, colaborando con el mantenimiento de la temperatura corporal y el transporte de sustancias nutritivas. El agua se encuentra ampliamente distribuída en músculos, piel, huesos, riñones, saliva y jugos gástricos, dentro y fuera de cada una de nuestras células.

Si bien el agua corporal permanece relativamente constante, el organismo dispone de mecanismos que le advierten sobre desequilibrios de su “medio interno”, entre ellos la “SED” , que es el primer síntoma de la deshidratación. Ésta sobreviene ante un desbalance entre el ingreso y el egreso de agua al organismo; puede darse pr disminución de ingesta o aumento de las pérdidas como la orina, heces, sudor y expiración.

Entre las sustancias que transporta el agua podemos citar al **Sodio** y al **Potasio**. El sodio es importante, entre otras razones para regular la presión arterial. Con respecto al

potasio, posee gran cantidad de funciones como colaborar con la contracción y relajación del músculo cardíaco.

Hoy sabemos que una correcta hidratación colabora con el sistema cardiovascular, mejora el trabajo muscular y optimiza el rendimiento. Por eso es importante que los deportistas consuman líquido antes, durante y después de la práctica deportiva.

El cuerpo humano funciona normalmente a 37°C. Cuando realizamos actividades físicas su temperatura se eleva, poniéndose en funcionamiento diversos sistemas para controlar ese aumento de temperatura y así evitar que se dañen estructuras vitales. Uno de estos sistemas es la transpiración. El sudor producido se evapora sobre la piel y al transformarse el agua en vapor, se disipa el calor.

Una persona que realiza actividad física genera calor y debe eliminarlo, más cuando se encuentra en lugares cerrados o expuesto a altas temperaturas o alta humedad. Por eso es importante una hidratación adecuada ya sea cuando se realiza al aire libre o en un gimnasio.

Se sugiere el uso de ropa adecuada, de fibras livianas y que permitan una correcta evaporación. Algunas personas usan ropas impermeables o se abrigan demasiado con la idea de que con esto pierden kilos de grasa. ¡Nada más alejado de la realidad! Lo que pierden es peso por deshidratación, el que recuperan cuando, luego de la clase, tomen líquido.

Tenga cuidado: Si hay deshidratación, la piel estará caliente, seca y no transpira (No evapora sudor), el organismo entonces no se refrigera. Hay que tener cuidado durante el ejercicio en épocas de calor o por falta de aireación con la pérdida de líquido que se presenta por sudoración. Para esto es necesario realizar una correcta hidratación y reponer los líquidos antes, durante y después de toda práctica deportiva.

Antes: Un vaso de líquido media hora antes. **Durante:** 100 a 150 ml para las mujeres y 150 a 200 ml para hombres cada 15 a 20 minutos **Después:** Un vaso inmediatamente y uno cada media hora en las siguientes dos horas.

Los líquidos a consumir pueden ser variados. Si se realiza menos de una hora de actividad física, con agua será suficiente. Si la actividad es muy prolongada o muy

intensa, se puede recurrir a bebidas deportivas hidratantes. Se recomienda no tomar bebidas gaseosas, energizantes, jugos concentrados o bebidas con alcohol.

La sed no es un buen indicador de la necesidad de líquido en el cuerpo. Cuando sentimos sed, ya estamos sufriendo un primer nivel de deshidratación, y a medida que pasan los años se pierde la sensibilidad para sentirla, por lo tanto es conveniente ingerir agua, antes de registrar la necesidad de ella para evitar no solo calambres, golpes de calor o lesiones, sino para que permita un buen rendimiento, una mejor recuperación y una vida mas saludable.

Conclusión:

Es fundamental mantener un adecuado aporte de líquidos durante la actividad física, manteniendo el caudal sanguíneo apropiado para que los sistemas funcionen correctamente y para mantener la temperatura corporal, ya que el agua tiene la capacidad de absorber mucho calor, sin cambiar su propia temperatura.

ACTIVIDADES:

Teoría 50% de la Nota

PRIMERA PARTE:

Para asegurar la comprensión de los aspectos tratados en este documento, en el salón de clase reunirse en equipos de cuatro estudiantes, leer el documento y responder en hojas el siguiente cuestionario.

1. Según el documento ¿Qué es hidratar y por que es tan importante?
2. ¿Cuál es la importancia del sodio y el potasio en la actividad fisica?
3. Según el documento, ¿Cuánto y cuando debemos de tomar para mantener el equilibrio hídrico?
4. ¿Cuál es a función del sudor en el organismo?
5. ¿Explique de que manera influye el uso de ropa adecuada en la practica de actividad fisica?

Practica 50% de la Nota

Participación activa en las actividades prácticas: Acondicionamiento físico y manejo de balón en Voleibol

Cada estudiante debe traer: Hidratación, trapo y alcohol

SEGUNDA PARTE:

Luego de socializar y explicar en clase las reglas y técnica de juego del Voleibol, responde las siguientes preguntas en los mismos equipos.

EL VOLEIBOL: Es un deporte de conjunto en donde dos equipos se enfrentan entre sí sobre un terreno de juego. Los equipos tratan de pasar el balón por encima de la red hacia el suelo del campo contrario. El balón puede ser tocado o impulsado con golpes limpios, pero no puede ser parado, sujetado, retenido o acompañado. Cada equipo dispone de un número limitado de toques para devolver el balón hacia el campo contrario. Habitualmente el balón se golpea con manos y brazos, pero también con cualquier otra parte del cuerpo. Una de las características más peculiares del voleibol es que los jugadores tienen que ir rotando sus posiciones a medida que van consiguiendo puntos.

Preguntas tipo ICFES (Sustenta tu respuesta)

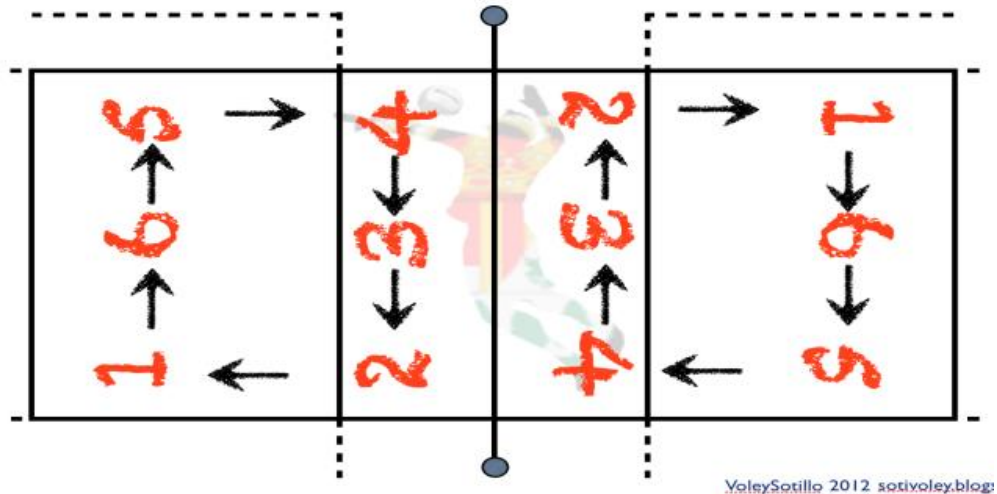
1. **El número de toque limitados de un equipo para devolver el balón al campo contrario es:**
 - A. 2
 - B. 1
 - C. 3
 - D. 4

2. **El tiempo de duración de un partido de Voleibol es:**
 - A. 2 sets de 30 minutos
 - B. 2 y 3 sets de 15 puntos cada uno
 - C. 4 sets de 10 minutos
 - D. 2 o 3 sets de 25 puntos cada uno

3. **El líbero en voleibol es un jugador netamente defensivo. Él puede entrar y salir de la zona de juego sin pedir cambio. Utiliza un uniforme diferente al resto de su equipo para poder ser diferenciado. Una de las cosas que no se le permite al líbero durante el juego es:**
 - A. Responder los saques del equipo contrario
 - B. Sacar
 - C. Jugar en las posiciones 5 y 6
 - D. Utilizar los colores del equipo

DE ACUERDO A LA SIGUIENTE GRAFICA RESPONDE

Campo de Voleibol. Posiciones



4. En la zona de ataque se encuentran las siguientes posiciones de juego:
- A. 1- 6- 5
 - B. 4- 6- 1
 - C. 2- 3- 4
 - D. 3- 6 - 5
5. Tres de las líneas trazadas en la cancha reciben el nombre de:
- A. Línea de saque, línea de lateral, línea de ataque
 - B. Línea de defensa, línea de saque, línea central
 - C. Línea central, línea de saque, línea de meta
 - D. Línea de banda, línea de ataque, línea central

INGLES Y ESPAÑOL



1. Consultar y escribir un listado de 20 verbos irregulares con su forma en pasado y participio pasado. Ejm:

Spanish	Present	<u>Past</u>	<u>Past participle</u>
Escribir	Write	Wrote	Written
Hablar	Speak	Spoke	Spoken

2. Ver los videos de referencia sobre el tiempo presente perfecto, tomar nota en el cuaderno con todos los ejemplos. Anexar foto.
3. Escribir 10 frases afirmativas en presente perfecto con su traducción

Ejemplo: He has lived in several countries
Él ha vivido en varios países

4. Resolver las páginas indicadas del libro: “English Please” de noveno, anexar foto (está actividad se va desarrollando en el colegio)
5. Comprensión de lectura: fragmento “**El olvido que seremos**”, ver anexo
6. Realizar en el cuaderno el análisis del libro; “El Caballero de la Armadura Oxidada”
 - Descripción de personajes principales
 - Resumen concreto
 - Biografía del autor
 - Interpretación personal y/o enseñanza

Lectura crítica

Lee el fragmento y realiza las actividades.

El olvido que seremos

En la casa vivían diez mujeres, un niño y un señor. Las mujeres eran Tatá, que había sido la niñera de mi abuela, tenía casi cien años, y estaba medio sorda y medio ciega; dos muchachas del servicio —Emma y Teresa—; mis cinco hermanas —Maryluz, Clara, Eva, Marta, Sol—; mi mamá y una monja. El niño, yo, amaba al señor, su padre, sobre todas las cosas. Lo amaba más que a Dios. Un día tuve que escoger entre Dios y mi papá, y escogí a mi papá.



(...) Es posible que todo esto no sirva de nada: ninguna palabra podrá resucitarlo, la historia de su vida y de su muerte no le dará de nuevo aliento a sus huesos, no va a recuperar sus carcajadas, ni su inmenso valor, ni el habla convincente y vigorosa, pero de todas formas yo necesito contarla. Sus asesinos siguen libres, cada día son más y más poderosos, y mis manos no pueden combatirlos. Solamente mis dedos, hundiendo una tecla tras otra, pueden decir la verdad y declarar la injusticia. Uso su misma arma: las palabras. ¿Para qué? Para nada; o para lo más simple y esencial: para que se sepa. Para alargar su recuerdo un poco más, antes de que llegue el olvido definitivo.

Fragmento de Abad Faciolince, Héctor. (2006). *El olvido que seremos*. Bogotá: Planeta.

- A. ¿Cuál puede ser el propósito de las memorias en *El olvido que seremos*? Elige una opción y justifica tu respuesta.
- a. Reflexionar sobre los recuerdos del padre.
 - b. Sanar el dolor ante la muerte del padre.
 - c. Presentar el poder terapéutico de la literatura.
 - d. Manifestar que la historia se fusiona con la cotidianidad.

Creatividad

- B. Las memorias se caracterizan por ser un género de madurez y de distancia en el tiempo. Si bien eres joven, puedes escribir una memoria sobre algún evento de tu infancia. En tu cuaderno, escribe una breve memoria de tu recuerdo. (min. 15 renglones).

Prepara tu prueba Saber

1. Cuando Héctor Abad enuncia que “En la casa vivían diez mujeres, un niño y un señor”, presenta el valor que tiene para él la relación con su padre porque
- A. hay un patriarcado.
 - B. hay un matriarcado.
 - C. tiene varios hermanos.
 - D. se siente acompañado.

Semántico. Sintetiza y generaliza información, para sacar conclusiones sobre el contenido.

MATEMÁTICAS:

Sección 1: Repaso y retroalimentación prueba en línea 2.1

1. Resuelve los siguientes sistemas 2x2

- A. $2x - 3y = 25$; $-7x + 5y = -49$
- B. $9A - 7B = 98$; $-11A + 6B = -107$
- C. $7x - 9y - 7x + 11 = 2x - 8y - 3$; $-5x + 9 + 6y = 11y - 7 + 2x - 27$
- D. $6A - 8B + 16 = 11 - 6A + 7B + 272$; $-7A + 9B + 11 = 9B + 7 - 2B - 91$
- E. $6G - 9 = 7F + 11 - 2G - 102$; $4G + 2F = 11 - 7F + 8G + 63$

2. Resuelve los siguientes sistemas 3x3

- $4A - 8B + 2C = 40$
- A. $-3A + B - 9C = -45$
 $-A + 2B - C = -12$
 $6x - 2y - 7z = 22$
- B. $4x - 7y - 6z = 37$
 $x + 6y + 4z = -36$

3. Resuelve los siguientes problemas de aplicación

- A. Las edades de Alberto, Beatriz y Carolina suman 70, hace 5 años el doble de la de Alberto sumada con el triple de la de Beatriz y restada con la edad de Carolina resultaba en 98; dentro de tres años el doble de la suma de las edades de Beatriz y Carolina será equivalente al cuádruple de la edad de la edad actual de Alberto más 8. ¿Cuáles son las edades actuales de Alberto, Beatriz y Carolina?
- B. Ximena, Yulieth y Zamara, luego de salir de un importante centro comercial revisan sus facturas y establecen las siguientes relaciones: el doble de los gastos de Ximena menos el triple de los de Yulieth equivalen a un décimo de los de Zamara, Ximena gastó \$30000 más que Yulieth, los gastos de Ximena y Yulieth exceden en \$30000 a los gastos de Zamara. ¿cuánto suman las tres facturas juntas?
- C. Un cliente de un supermercado ha pagado un total de \$273000 por 24 litros de leche, 6 kg de jamón serrano y 12 litros de aceite de oliva. ¿cuál es el precio de cada artículo?, sabiendo que 1 litro de aceite cuesta el triple que 1 litro de leche y que 1 kg de jamón cuesta igual que 4 litros de aceite más 4 litros de leche.
- D. Para una función se vendieron dos tipos de entradas, de \$2500 y \$5000. En total ingresaron 275 personas y se recaudó \$1187500. ¿Cuántas boletas de \$2500 y cuántas de \$5000 se vendieron?
- E. Una empresa ha gastado 1525 euros en comprar un móvil a cada uno de sus 25 empleados. Su compañía telefónica ofertó dos modelos diferentes, uno a 75 euros y otro a 50 euros. ¿Cuántos móviles de cada modelo compro?

- F. En un almacén hay botellas de aceite de 5 litros y 2 litros. En total hay 1105 litros de aceite y 350 botellas. ¿Cuántas botellas de cada tipo hay?
- G. En un garaje hay 110 vehículos entre coches y motos y sus ruedas suman 354. ¿Cuántas motos y coches hay?
- H. La edad de un padre y su hijo suman 108 años; dentro de 10 años la diferencia de sus edades será de 22 años. Las edades actuales de padre e hijo son, respectivamente:
- I. Amparo, Ximena y Samuel están ahorrando para una excursión a ciudad perdida. Se sabe que el doble del dinero de Amparo más 88000 equivale al dinero de Ximena; tres veces el ahorro de Samuel supera en 430000 al doble de los ahorros de Amparo; lo ahorrado entre de Amparo y Ximena supera en 244500 a lo ahorrado por Samuel. ¿Cuánto dinero tienen entre los tres?
- J. Amparo, Ximena y Samuel están ahorrando para una excursión a ciudad perdida. Se sabe que el doble del dinero de Amparo más 88000 equivale al dinero de Ximena; tres veces el ahorro de Samuel supera en 430000 al doble de los ahorros de Amparo; lo ahorrado entre de Amparo y Ximena supera en 244500 a lo ahorrado por Samuel. ¿Cuánto dinero tiene ahorrado Samuel?

Sección 2: Racionalización



La radicación: es la operación inversa de la potenciación en ella se pretende hallar la raíz de una cantidad, que elevada a una potencia, dé una cantidad llamada radicando.

Observemos el ejemplo

Hallar un número que elevado al cubo dé 64; x^3 que sería lo mismo decir, $\sqrt[3]{64} = x$
 Por simple inspección, se entiende que el número que satisface la condición es el 4, puesto que $4^3 = 64$ o también $\sqrt[3]{64} = 4$

Recordemos las propiedades de los radicales

1. Raíz de un producto

La raíz de un producto de factores es igual al producto de las raíces de los factores.
 $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$; Con n distinto de cero (0).

Ejemplo

$$\sqrt{3^2 \cdot 2^4} = \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{2^4} = 3 \cdot 2^2 = 3 \cdot 4 = 12$$

El 3 elevado a la dos dentro de la raíz cuadrada puede simplificarse quedando 3
 Se llega a igual resultado de la siguiente manera:

$$\sqrt{3^2 \cdot 2^4} = \sqrt{9 \cdot 16} = \sqrt{144} = 12$$

2. Raíz de un cociente

La raíz de una fracción es igual al cociente de la raíz del numerador entre la raíz del denominador.

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \text{ con } b \text{ y } n \text{ distintos de cero (0)}.$$

Ejemplo

$$\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \frac{3}{2}$$

Cuando esta propiedad se hace con números no hace falta pasar la raíz a potencia de exponente racional, aunque sí cuando se hace con variables.

$$\sqrt[3]{\frac{x^3}{y^9}} = \frac{x^{\frac{3}{3}}}{y^{\frac{9}{3}}} = \frac{x}{y^3}$$

3. Raíz de una raíz

Para calcular la raíz de una raíz se multiplican los índices de las raíces y se conserva el radicando.

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a} \text{ Con } n \text{ y } m \text{ distintos de cero (0)}.$$

Ejemplo

$$\sqrt[9]{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[9 \cdot 3]{5}$$

4. Exponente de una raíz

$$\text{Tenemos que: } (\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Ejemplo

$$(\sqrt[3]{4})^6 = \sqrt[3]{4^6} = 4^{\frac{6}{3}} = 4^2$$

5. Exponente

$$\text{Tenemos que: } (\sqrt[n]{x})^n = \sqrt[n]{x^n} = x^{\frac{n}{n}}. \text{ Ejemplo } (\sqrt[3]{x})^3 = \sqrt[3]{x^3} = x^{\frac{3}{3}} = x$$

Ahora que recordamos la radicación, podemos entrar a nuestro tema de racionalización

Racionalización de radicales

Cuando tenemos fracciones con radicales en el denominador conviene obtener fracciones equivalentes pero que no tengan radicales en el denominador. A este proceso es a lo que se llama racionalización de radicales de los denominadores.

Según el tipo de radical o la forma de la expresión que aparece en el denominador, el proceso es diferente.

Se pueden dar varios casos:

Si el denominador contiene un sólo término formado por una sola raíz cuadrada. En este caso basta multiplicar numerador y denominador por la misma raíz cuadrada.

Mostraremos dos ejemplos, el primero lo haremos paso a paso, el segundo te lo dejaremos recuerda la aplicación detallada de las propiedades.

Ejemplo 1

$$\text{Racionalizar el denominador: } = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{18}}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2 \cdot 3^2}}$$

Descomponemos el denominador en factores primos

$$= \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3^2}}$$

Aplicamos la propiedad 1 para la radicación en el denominador

$$= \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2} \cdot 3^{\frac{2}{2}}}$$

Aplicamos la propiedad 4 con $\sqrt{3^2} = 3^{\frac{2}{2}} = 3$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}$$

Organizamos términos

$$= \frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$$

Multiplicamos para racionalizar

$$= \frac{2 \cdot 3 \sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}{3 \cdot 3 \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}$$

Simplificamos términos

$$= \frac{6\sqrt{3 \cdot 2}}{9\sqrt{2 \cdot 2}}$$

Aplicamos la propiedad 1 con las raíces

$$= \frac{6\sqrt{6}}{9\sqrt{4}}$$

Hallamos $\sqrt{4}$

$$= \frac{6\sqrt{6}}{9 \cdot 2}$$

Operamos en el denominador

$$= \frac{6\sqrt{6}}{18}$$

Simplificamos por 6

$$= \frac{\sqrt{6}}{3}$$

Ejemplo 2

Racionalizar el denominador de la fracción $= \frac{5}{\sqrt{2}}$, multiplicaremos numerador y denominador por $\sqrt{2}$. (Utilizaremos las propiedades de la radicación para poder racionalizar.)

$$\frac{5}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2 \cdot 2}} = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2^{\frac{2}{2}}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

Ejemplo 3

Racionalizar $\sqrt[5]{\frac{x}{y^2}}$

$$= \frac{\sqrt[5]{x}}{\sqrt[5]{y^2}} \text{ Aplicamos la propiedad 2}$$

$$= \frac{\sqrt[5]{x}}{\sqrt[5]{y^2}} \cdot \frac{\sqrt[5]{y^3}}{\sqrt[5]{y^3}}$$

$$= \frac{\sqrt[5]{xy^3}}{\sqrt[5]{y^2y^3}}$$

$$= \frac{\sqrt[5]{xy^3}}{\sqrt[5]{y^{2+3}}}$$

$$= \frac{\sqrt[5]{xy^3}}{\sqrt[5]{y^5}}$$

$$= \frac{\sqrt[5]{xy^3}}{\sqrt[5]{y^5}}$$

$$= \frac{\sqrt[5]{xy^3}}{y^{\frac{5}{5}}}$$

$$= \frac{\sqrt[5]{xy^3}}{y}$$

En este caso para racionalizar debemos multiplicar por y^3 para que al aplicar las propiedades de potenciación en el denominador y quitar la raíz es así como tenemos que $y^2 \cdot y^3 = y^5$

Aplicamos la propiedad 4

El ejemplo anterior es un caso especial para racionalizar los denominadores, se presenta a continuación una tabla que ilustra mejor estos casos para cuando $a > 0$

Factor en el denominador	Multiplicar numerador y denominador por	Factor resultante
$\sqrt{a}$	$\sqrt{a}$	$\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = \sqrt{a^2} = a^{\frac{2}{2}} = a$
$\sqrt[3]{a}$	$\sqrt[3]{a^2}$	$\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a^2} = \sqrt[3]{a^{1+2}} = \sqrt[3]{a^3} = a^{\frac{3}{3}} = a$
$\sqrt[7]{a^3}$	$\sqrt[7]{a^4}$	$\sqrt[7]{a^3} \cdot \sqrt[7]{a^4} = \sqrt[7]{a^{3+4}} = \sqrt[7]{a^7} = a^{\frac{7}{7}} = a$

Conjugado

Algunos cocientes que no son expresiones racionales contienen denominadores de la forma $a + \sqrt{b}$ o $\sqrt{a} + \sqrt{b}$; si esto sucede, multiplicamos el numerador y el denominador por el **conjugado** que en su orden sería $a - \sqrt{b}$ o $\sqrt{a} - \sqrt{b}$, pero en el caso que aparezca $\sqrt{a} - \sqrt{b}$, entonces multiplicamos por $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ en el numerador y en el denominador. También debemos tener en cuenta que el conjugado de un binomio es un binomio que tiene los mismos dos términos, pero con el signo del segundo término contrario, la tabla nos mostrará algunos ejemplos:

Expresión	Conjugado
$5 + \sqrt{6}$	$5 - \sqrt{6}$
$3\sqrt{5} - \sqrt{x}$	$3\sqrt{5} + \sqrt{x}$
$\sqrt{a} + \sqrt{b}$	$\sqrt{a} - \sqrt{b}$
$2xy - 6\sqrt[3]{5}$	$2xy + 6\sqrt[3]{5}$

Ejemplo 1

Racionalizar la expresión: $\frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$

$$= \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \cdot \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \quad \text{Multiplicamos por el conjugado}$$

$$= \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{(\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2} \quad \text{Aplicamos la propiedad distributiva}$$

$$= \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2}} \quad \text{Aplicamos propiedad 4}$$

$$= \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{x - y}$$

Ejemplo 2

Racionalizar la expresión: $\frac{x - \sqrt{y}}{x + \sqrt{y}}$

$$= \frac{x - \sqrt{y}}{x + \sqrt{y}} \cdot \frac{x - \sqrt{y}}{x - \sqrt{y}} \quad \text{Multiplicamos por el conjugado}$$

$$= \frac{x - 2x\sqrt{y} + y}{x^2 - (\sqrt{y})^2} \quad \text{Aplicamos la propiedad distributiva}$$

$$= \frac{x - 2x\sqrt{y} + y}{x^2 - y}$$

Actividad

Racionaliza las siguientes expresiones

$$a. \frac{5}{2\sqrt{2}}$$

$$b. \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$$

$$c. \frac{\sqrt{2}}{3 + \sqrt{3}}$$

$$d. \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

$$e. \frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}$$

$$f. \frac{4}{\sqrt{2} + 1}$$

$$g. \frac{1}{\sqrt{17} - \sqrt{8}}$$

$$h. \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$$

$$i. \frac{6}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$$

$$j. \frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x} - y}$$



Apliquemos lo aprendido

Resuelve la siguiente racionalización y compara los resultados obtenidos con los de tus compañeros, observa los procedimientos utilizados y analiza si se presentaron procedimientos diferentes para la solución del ejercicio.

$$a. \frac{6}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$$

$$b. \frac{x - \sqrt{y}}{x + \sqrt{y}}$$

$$c. \frac{4\sqrt{2} - 3}{\sqrt{8}}$$

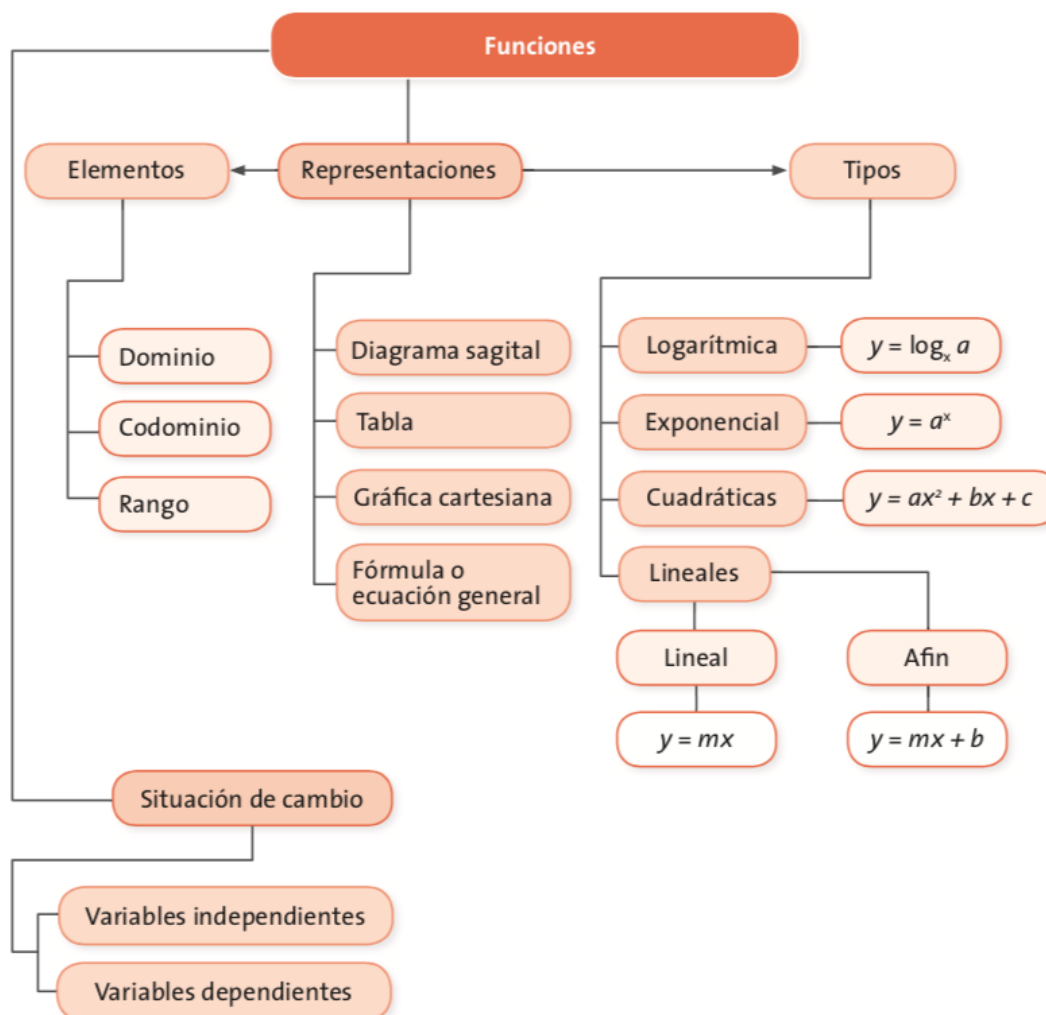


Evaluemos

1. Compara los procedimientos que utilizaste y los que utilizaron tus compañeros para elaborar los ejercicios anteriores. Escribe las diferencias y las ventajas de cada proceso.
2. Es el momento de reflexionar sobre los contenidos estudiados en este módulo. Para esto, realiza un cuadro donde muestres claramente
 - A. ¿Cuál es la diferencia entre trabajar sistemas de dos por dos y sistemas de tres por tres?
 - B. ¿Podemos utilizar el sistema de solución de igualación, reducción y sustitución con el sistema de 3 x 3?
 - C. ¿Podemos graficar las soluciones del sistema de 3 x 3?
 - D. ¿Cuál es la diferencia que hay entre racionalizar y utilizar el conjugado?

Sección 3: Conociendo las funciones

El siguiente esquema te muestra la manera como se relacionan los conceptos que se trabajan en las guías del módulo.



¿Para qué te sirve lo que vas a aprender?

Para analizar el crecimiento del bebé cuando todavía está en el vientre de la madre, controlar nuestro peso ideal conociendo nuestra estatura, ver el comportamiento de la industria algodonera en un plazo de tiempo establecido, o simplemente para ver los cambios de temperatura que se registran en algún lugar específico de nuestro país.

¿Cómo y qué se te va a evaluar?

Al finalizar este módulo encontrarás un momento en el que tú, tus compañeros y tu maestro podrán evaluar los progresos en el establecimiento de relaciones al construir diferentes tipos de funciones.

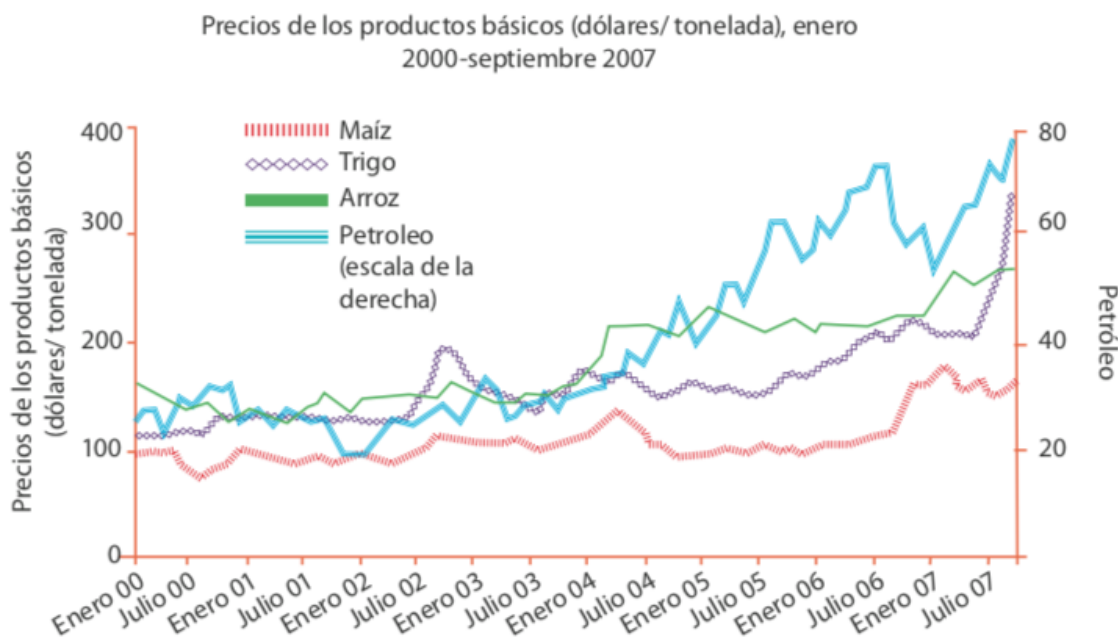
Cada una de las cinco guías que componen este módulo contempla actividades de diverso nivel de complejidad que te permitirán reflexionar acerca de cómo vas y qué debes reforzar.

Al final del módulo encontrarás dos secciones: Aplico lo aprendido y Evaluación, en las que se proponen problemas, actividades de uso práctico y embrollos matemáticos que retarán tu capacidad y la de tus compañeros para dar respuesta a este tipo de enigmas.

Explora tus conocimientos

Según la organización de las Naciones Unidas, el alza en el precio de los alimentos ha alcanzado el mayor porcentaje de los últimos 20 años. La siguiente grafica nos permite analizar la evolución de precios durante siete años, a partir del año 2000 de algunos productos básicos.

Precios de los productos básicos



FUENTE: Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación (FAO).

1. ¿Cuál era el precio aproximado de una tonelada de trigo en enero del año 2000?
2. ¿Aumentó o disminuyó este precio un año después? ¿Cuánto aproximadamente?
3. Según la gráfica, ¿cuál era el producto de menor valor al comenzar el año 2000?
4. ¿Continuó siendo el producto de menor valor siete años después?
5. Del precio de estos cuatro productos, ¿cuál fue el que menos varió durante los siete años? Justifica tu respuesta.
6. ¿En qué meses se igualaron los precios del arroz y del trigo? ¿Cuáles fueron los precios aproximados cuando se igualaron dichos productos?
7. ¿Cuál fue el promedio del precio del petróleo durante los siete años?

Sección 4: Representamos funciones

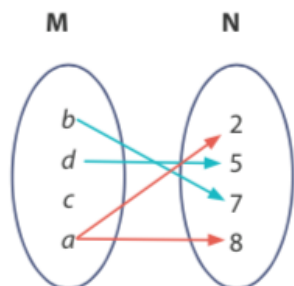


Función

Antes de comenzar a trabajar las funciones, recordemos lo que es una relación:

Una relación es cualquier conjunto de parejas ordenadas.

Ejemplo



Entonces $R = \{(b, 7), (d, 5), (a, 2), (a, 8)\}$

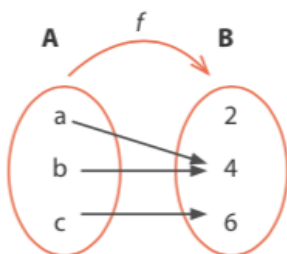
Existen relaciones especiales llamadas función, estas son una relación de correspondencia entre los conjuntos A y B , que asigna a cada elemento del conjunto A uno y solamente uno de los elementos del conjunto B . Los elementos de A se llaman preimágenes y los elementos del conjunto B se llaman imágenes. El conjunto de las preimágenes se le conoce con el nombre de Dominio y el conjunto de las imágenes, se le denomina Codominio, pero el subconjunto de los elementos de B , que tienen preimágenes en A , se les conoce con el nombre de Rango.

Las funciones se representan en matemáticas con las letras **f**, **g**, **h**, entre otras. De esa manera, para indicar la función f definida de x en y , escribimos $f(x)$:

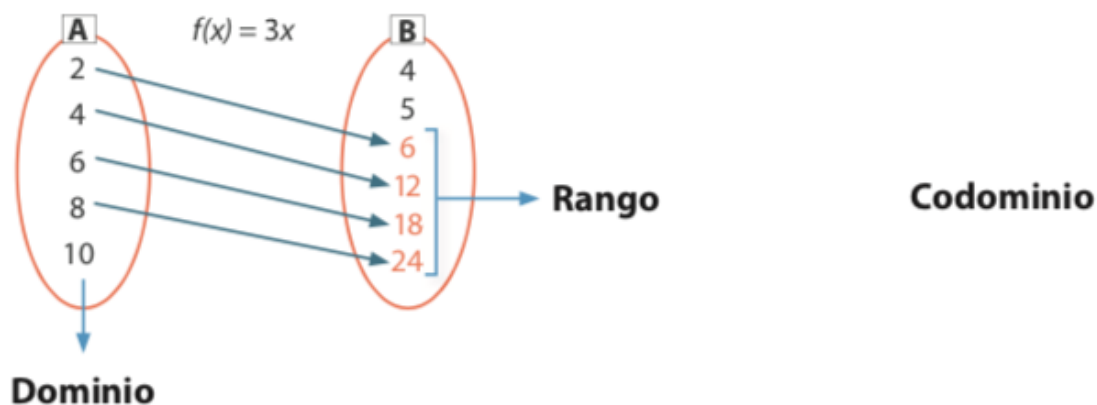
$$f: x \longrightarrow y$$

Así, se establecen dos conjuntos, uno que le corresponde a los valores de x que es llamado **dominio** y otro, de los posibles valores de y llamado **codominio**. Cuando sólo se toman los valores de y , este subconjunto es llamado **rango de la función**.

La correspondencia entre los elementos de los conjuntos A y B determinan una función, puesto que cada elemento de A está relacionado con un único elemento de B .



Una función es un conjunto de parejas ordenadas en las que ninguna primera coordenada se repite.



La relación que se establece en esta función es, “ser el triple de”, puesto que a cada elemento que tomamos de x se le relaciona con su imagen en y , de la siguiente manera:

$$f(x) = 3x \rightarrow f(2) = 3(2) = 6$$

Es decir, sólo debemos tomar el valor que pertenece al Dominio y reemplazarlo teniendo en cuenta la expresión algebraica, y de esta forma obtenemos la imagen correspondiente.

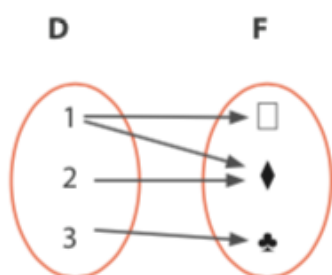
Las funciones que trabajaremos en este módulo tendrán como dominio a $\mathbb{R}$, lo cual nos permitirá graficarlas, observemos cómo se obtendría la representación gráfica en el plano cartesiano de la función anterior.

Analicemos otra función que se representa como diagrama sagital.



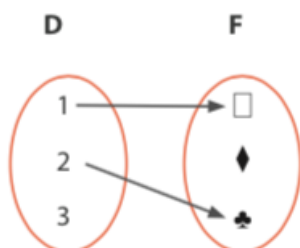
Estos son diagramas sagitales que muestran relaciones entre conjuntos.

Caso 1: Cuando un elemento del dominio tiene dos imágenes a la vez ya no es función.



No es función porque el 2 tiene dos imágenes.

Caso 2: Cuando uno de los elementos del dominio no tiene imagen, ya no es función.
A en el patio central



No es función porque el 3 no tiene imagen.

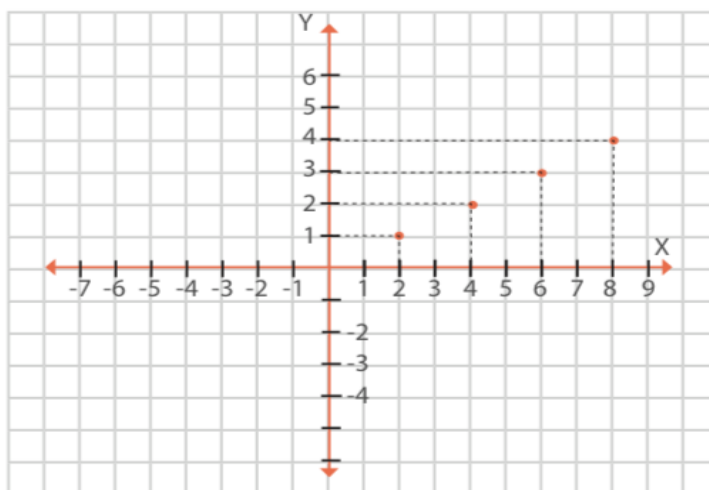
Otra forma de representar las funciones es elaborando una gráfica en el plano cartesiano.

El diagrama cartesiano de la función es la representación que asocia a cada elemento del dominio su respectiva imagen del codominio. Por ejemplo:

Dominio de $f = \{2, 4, 6, 8\}$

Rango de $f = \{1, 2, 3, 4\}$

Representación de una función en el plano cartesiano



Otra manera de representar una función es a través de una tabla. La tabla representa algunos valores del dominio con sus correspondientes imágenes del rango.

Por ejemplo. La función $f(x)$ se representa en la tabla con los siguientes valores:

Representación de la función $f(x)$

Valores de x	2	4	6	8
Valores de y	1	2	3	4

Otra forma de representar la función es a través de expresiones algebraicas, esta forma es conocida como fórmula.

La correspondiente fórmula para obtener los valores de la tabla es:

$$y = \frac{x}{2}$$

Cuando $x = 2$, tenemos $y = \frac{2}{2} = 1$ que corresponde a la coordenada (2, 1).

Cuando $x = 4$, tenemos $y = \frac{4}{2} = 2$ que corresponde a la coordenada (4, 2).

Cuando $x = 6$, tenemos $y = \frac{6}{2} = 3$ que corresponde a la coordenada (6, 3).

Cuando $x = 8$, tenemos $y = \frac{8}{2} = 4$ que corresponde a la coordenada (8, 4).

Verifiquen, con la fórmula, que pueden obtener el valor de y para los siguientes valores de x : 10, 12, 14, 1, 3 y 5.

Como hemos visto, las funciones pueden representarse mediante un diagrama sagital, un diagrama cartesiano, una tabla o una fórmula. En todas estas representaciones sobresale una regla que se establece entre dos conjuntos: uno, llamado **dominio** y otro llamado **rango**. En el caso del dominio dichos valores, como corresponden a una variable, reciben el nombre de **variable independiente** y en el caso del rango dichos valores, como corresponden a los que se obtienen a partir de los valores de la variable independiente, se llaman **variable dependiente**.

Graficar una función

Sea $f(x) = 3x$

Paso 1: Construyo la tabla con los valores correspondientes:

X	Y
-2	-6
2	6
4	12
6	18
8	24

$$f(x) = 3x \rightarrow f(-2) = 3(-2) = -6$$

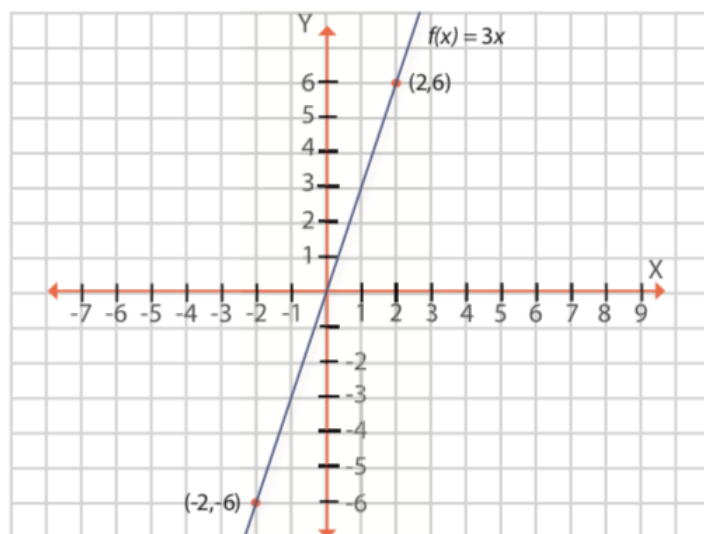
$$f(x) = 3x \rightarrow f(2) = 3(2) = 6$$

$$f(x) = 3x \rightarrow f(4) = 3(4) = 12$$

$$f(x) = 3x \rightarrow f(6) = 3(6) = 18$$

$$f(x) = 3x \rightarrow f(8) = 3(8) = 24$$

Paso 2: Ubico las parejas ordenadas en el plano cartesiano y trazo la línea que una los puntos



Paso 3: Ubico el dominio desde la gráfica, se obtiene que es igual a $\mathbf{R}$ y el codominio es $\mathbf{R}$, puesto a cada número real le puedo encontrar su respectiva imagen.

Actividad

1. Escribe la función que representa cada enunciado. Determina la variable independiente y la dependiente:
 - A. El área de un triángulo es igual al producto de la base por la altura, dividido por dos.
 - B. El perímetro de un cuadrado es cuatro veces el valor de su lado.
 - C. El costo de un pasaje de servicio público, por persona, es de \$1.700.
 - D. El valor de y es tres cuartas partes de la variable x .

2. Completa la tabla teniendo en cuenta la siguiente expresión algebraica:

x	$f(x) = 2x^3 + 3x$
10	
0	
-2	
-9	
$\frac{3}{4}$	

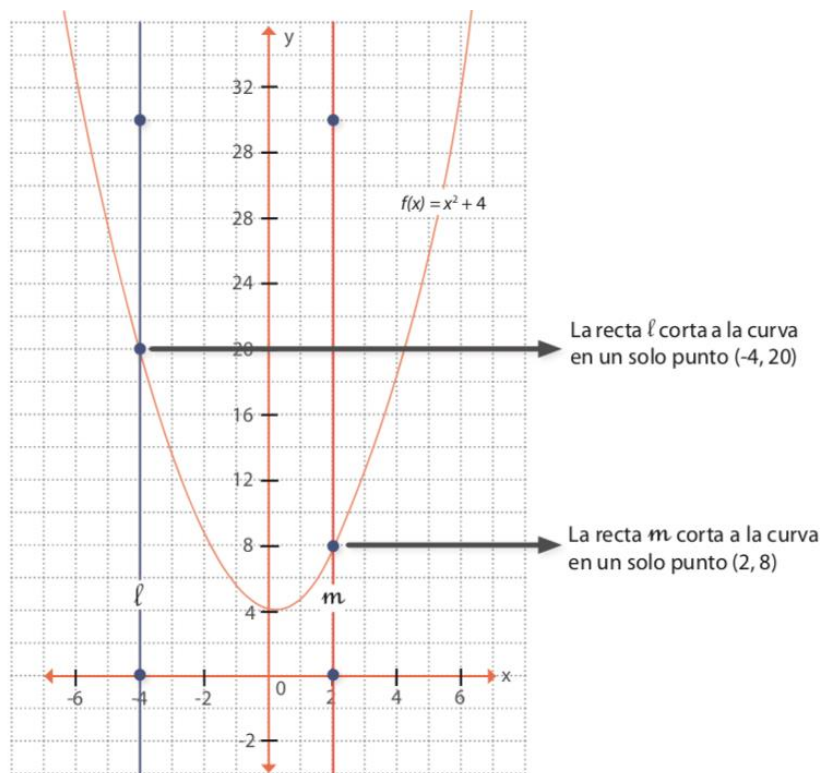
x	$f(x) = 4x - 2$
-10	
0	
5	
-7	
$\frac{1}{2}$	

3. De acuerdo con la tabla a continuación, elige la opción que sea verdadera:

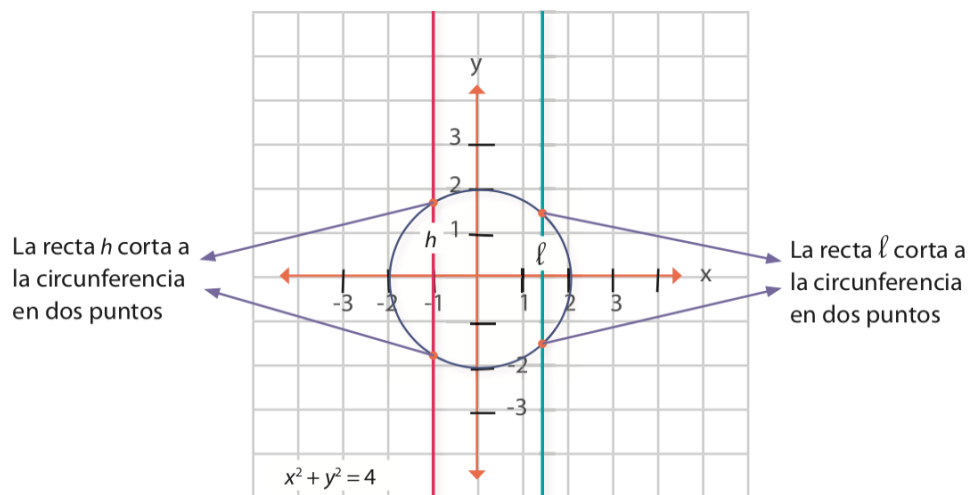
Artículo	Valor
Espagueti	18000
Carne asada	15000
Pechuga a la plancha	15000
Mojarra	21000
Cazuela de Mariscos	25000

- A. La tabla no representa una función, porque hay dos artículos con el mismo valor.
- B. La tabla sí representa una función, porque a todo artículo le corresponde un precio.
- C. La tabla no representa una función, porque falta una regla de correspondencia.
- D. La tabla sí representa una función, porque las preimágenes son los artículos.

Prueba de recta vertical: La grafica representa una función, si al trazar una recta paralela al eje Y, esta sólo corta en un punto a la gráfica.

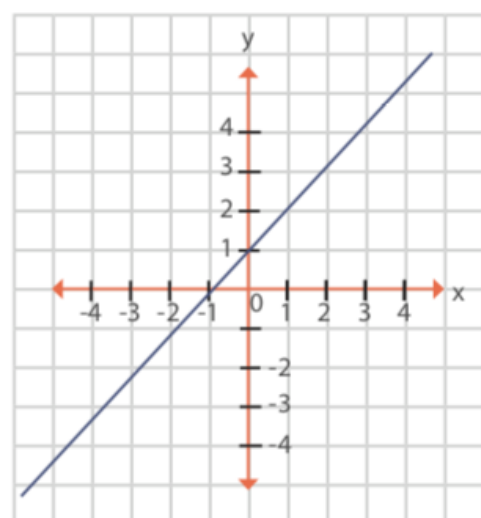
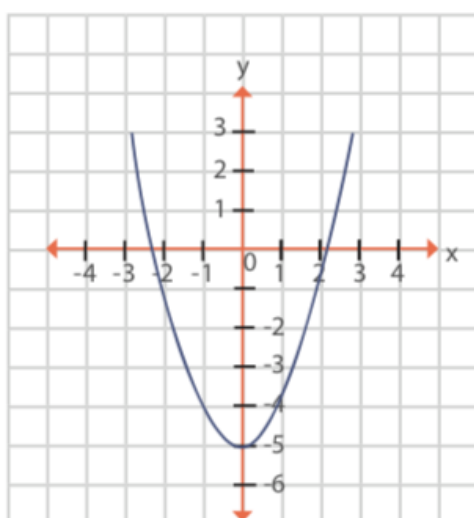
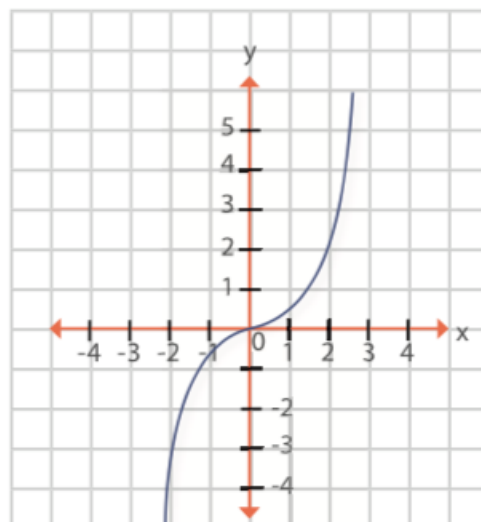
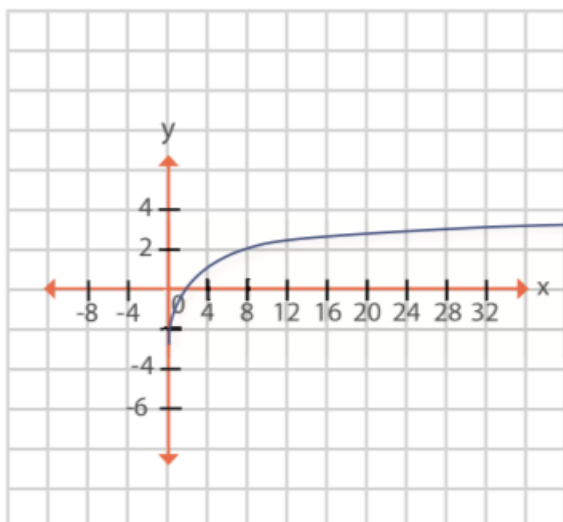


Observemos un caso en el que la gráfica, no representa una función, ya que existe más de un punto de corte.

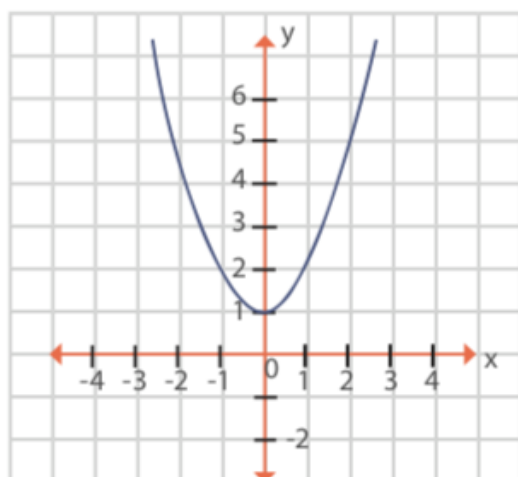


Realiza los siguientes ejercicios en tu cuaderno

1. Determina cuáles de las siguientes gráficas representan funciones. Explica tu respuesta.



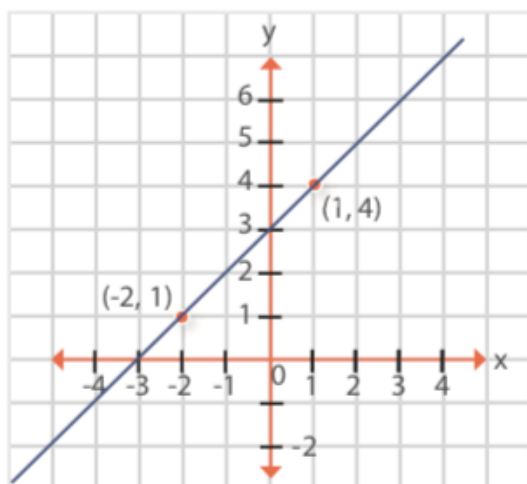
Utiliza la gráfica de la función f para hallar:



- a. $f(-3)$ b. $f(4)$ c. $f\left(\frac{1}{2}\right)$ d. $f(-2)$ e. $f(0)$

Función creciente, decreciente y constante

Una función f es creciente sobre un intervalo I si, para cualquier valor de x y x^2 en I , donde $x_1 < x_2$, se tiene que $f(x_1) < f(x_2)$, lo que implica que si nos movemos a la derecha, sobre la función, también nos estamos desplazando hacia arriba.



Revisemos si cumple con ser una función creciente:

$$P_1(-2, 1) \text{ y } P_2(1, 4)$$

Entonces si $f(x) = x + 3$ se tiene que:

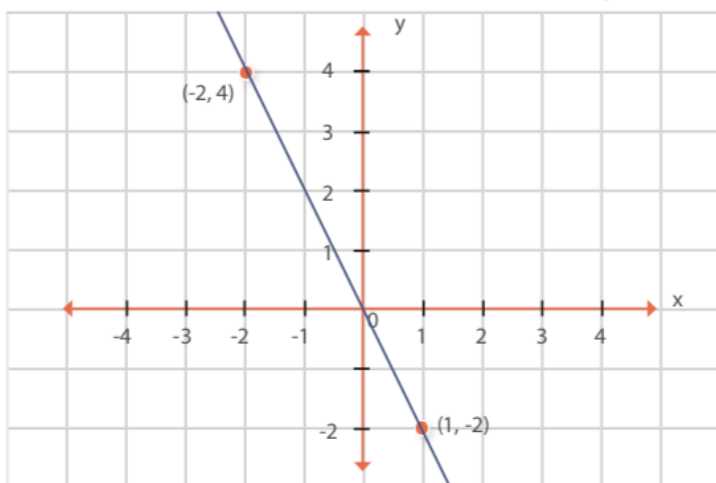
$$f(-2) = -2 + 3 = 1$$

$$f(1) = 1 + 3 = 4$$

Por lo anterior, como $-2 < 1$, entonces $f(-2) < f(1)$, y con el apoyo de la gráfica se infiere que f es creciente

Función decreciente

Una función f es **decreciente** sobre un intervalo I si, para cualquier x_1 y x_2 en I , donde $x_1 < x_2$, se tiene que $f(x_1) > f(x_2)$. Lo que nos permite afirmar que cuando nos movemos a la derecha también nos movemos hacia abajo.



Revisemos si cumple con ser una función decreciente:

$P_1(-2, 4)$ y $P_2(1, -2)$

Entonces si $f(x) = -2x$ se tiene que:

$$f(-2) = -2(-2) = 4$$

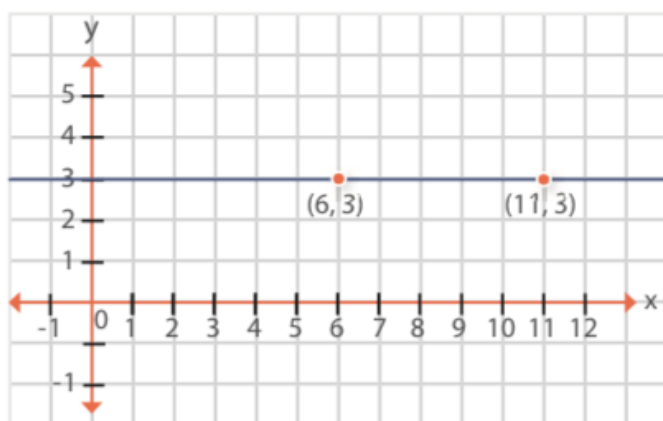
$$f(1) = -2(1) = -2$$

Por lo anterior,

como $-2 < 1$, entonces $f(-2) > f(1)$, y gracias a la gráfica, se infiere que f es decreciente

Función constante

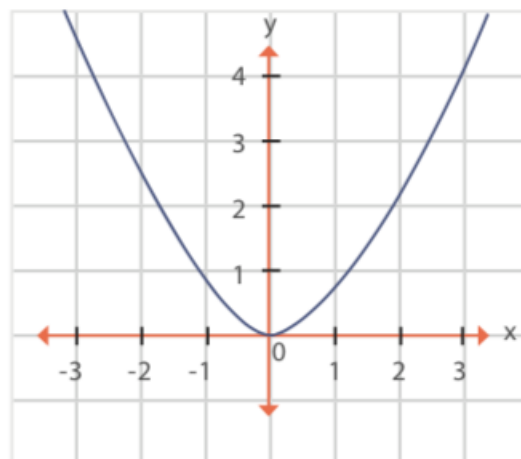
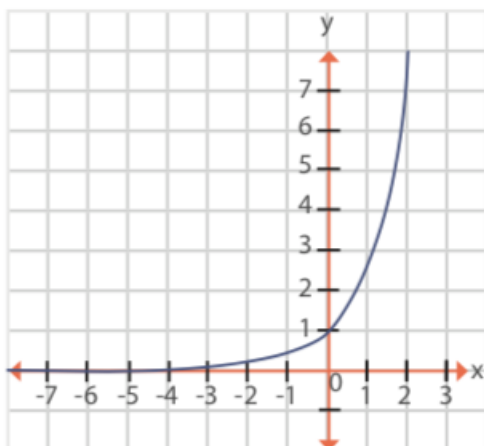
Una función f es constante sobre un intervalo ℓ si, para todo x en ℓ , los valores $f(x)$ son iguales.

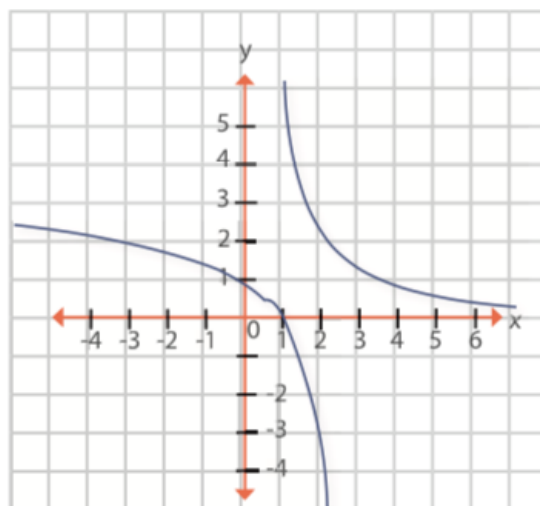
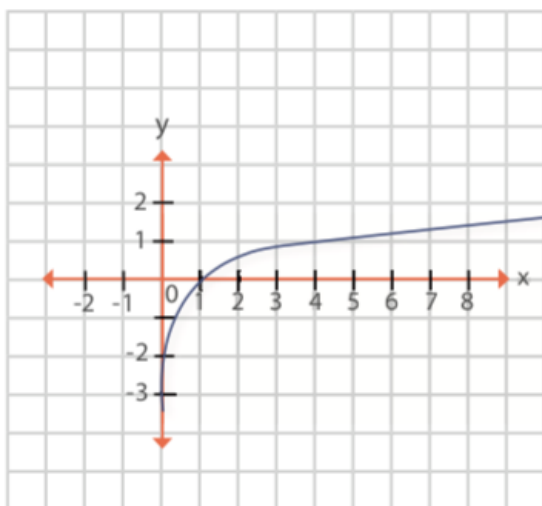


Es decir, cualquier valor que se le asigne a x , dará como resultado el mismo valor, en este caso el número 3. Lo que nos permite establecer que cuando nos desplazamos sobre la gráfica, estamos recorriendo una línea paralela al eje x .

Realiza los siguientes ejercicios en tu cuaderno

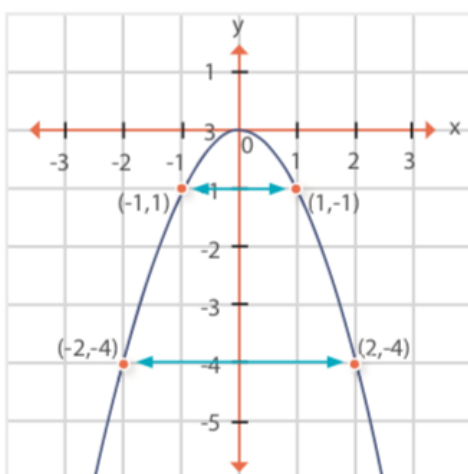
1. A partir de las siguientes gráficas, establece:
 - A. Dominio y Rango
 - B. Si es función creciente, decreciente o constante.





Función par

Una función f es par si para cualquier valor que tome x , se encuentra en el dominio $-x$, y además se cumple que $f(-x) = f(x)$.



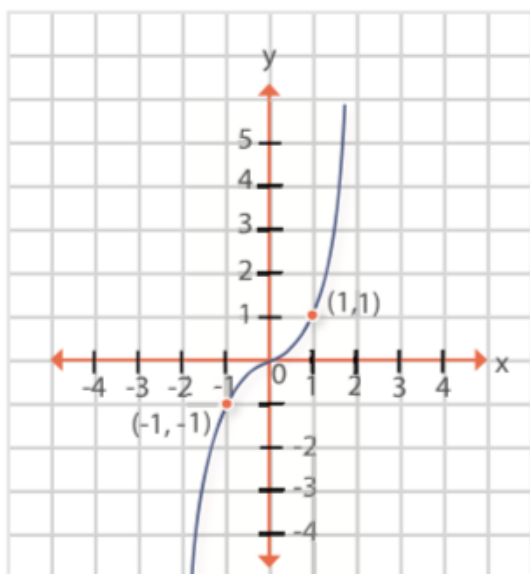
x	$y = f(x)$
1	-1
-1	-1
2	-4
-2	-4

Al observar la gráfica, podemos identificar que con la expresión: $f(x) = -x^2$, siempre se obtiene que el valor que se le asigna a x y a su opuesto da como imagen el mismo valor, lo que genera que el eje y es el eje de simetría de esta figura.

Una función es par, si su grafica es simétrica respecto a el eje y .

Función impar

Una función f es impar, si para cualquier número x en su dominio, el número x está También en el dominio y. $f(-x) = -f(x)$.



Reemplazamos en $f(x) = x^3$, los siguientes valores:

$x = -1$ entonces $f(x) = f(-1) = (-1)^3 = -1$

Ahora tomamos

$-x = -(-1)$ entonces $f(-x) = f(-(-1)) = -(-1)^3 = -(-1) = 1$

Al observar la gráfica, podemos identificar que con la expresión: $f(x) = x^3$, siempre se obtiene que el valor que se le asigna a x y a su opuesto da como imagen la misma cantidad pero con signo contrario, lo que genera que la simetría esté dada con respecto al punto $(0,0)$.



Apliquemos

lo aprendido

Determina para las siguientes funciones, si son pares o impares o ninguna de las dos:

a. $f(x) = 2x^3$

d. $f(x) = 2x^2 + 1$

b. $f(x) = \sqrt[2]{x}$

e. $f(x) = x + 2$

c. $f(x) = \frac{1}{x^2}$

Pregunta tipo ICFES (Sustenta tu respuesta)

Selecciona una expresión equivalente con:

$$\frac{14}{\sqrt{2} + 3}$$

A. $14 - 2\sqrt{2}$

B. $3 - 2\sqrt{2}$

C. $5 - 2\sqrt{2}$

D. $6 - 3\sqrt{2}$

E. $6 - 2\sqrt{2}$